

**Exercice 1.** Une entreprise fabrique un engrais biologique liquide. Chaque jour, le volume d'engrais liquide fabriqué est compris entre  $5 \text{ m}^3$  et  $60 \text{ m}^3$ .

Le coût moyen quotidien de production (exprimé en centaine d'euros) de cet engrais est modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[5 ; 60]$  par :

$$f(x) = x - 15 + \frac{400}{x}$$

où  $x$  est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en  $\text{m}^3$ . La représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$  est donnée dans le repère de la page ci-contre.

### PARTIE A

1. Quel est le coût moyen quotidien pour la production de  $50 \text{ m}^3$  d'engrais ?
2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen quotidien de production inférieur ou égal à  $3500 \text{ €}$  ?

### PARTIE B

On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ . On note  $f'$  sa fonction dérivée.

1. Montrer que, pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[5 ; 60]$  :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 400}{x^2}$$

2. Étudier le signe de  $x^2 - 400$ , pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[5 ; 60]$ .
3. En déduire les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[5 ; 60]$ .
4. Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen quotidien de production est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ?

