

Exercice 1. À partir des recensements effectués tous les dix ans, on a établi le tableau suivant qui donne l'évolution de la population française en millions d'individus entre 1851 et 1911. Peu de données sont disponibles pour l'année 1871.

Année :	1851	1861	1881	1891	1901	1911
Rang de la décennie : x_i	0	1	3	4	5	6
Population en millions : y_i	35	37,4	37,7	39,9	39	39,6

Source : INSEE

Partie A : Approximation de la population en 1871.

1. Placer sur le graphique donné au verso le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$. Voir le graphique.
2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en fonction de x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième. À la calculatrice, on trouve $y = 0,701x + 35,881$.
3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite (d) d'équation $y = 0,7x + 35,9$. Tracer cette droite sur ce même graphique.
 - On prend une première valeur $x = 0$ (par exemple), et on trouve $y = 0,7 \times 0 + 35,9 = 35,9$. Donc le point de coordonnées $(0; 35,9)$ est sur la droite.
 - On prend une seconde valeur $x = 10$ (par exemple), et on trouve $y = 0,7 \times 10 + 35,9 = 42,9$. Donc le point de coordonnées $(10; 42,9)$ est sur la droite.

Il ne reste plus qu'à tracer la droite passant par ces deux points. Voir sur le graphique.

4. À l'aide de ce modèle, estimer la population en 1871. L'année 1871 correspond à l'année d'indice $x = 2$, donc $y = 0,7 \times 2 + 35,9 = 37,3$. Donc en 1871, il y avait environ 37,3 millions d'habitants en France. Remarque : Il était aussi possible de lire cette information graphiquement (voir sur le graphique).

Partie B : Évolution de la population après 1911.

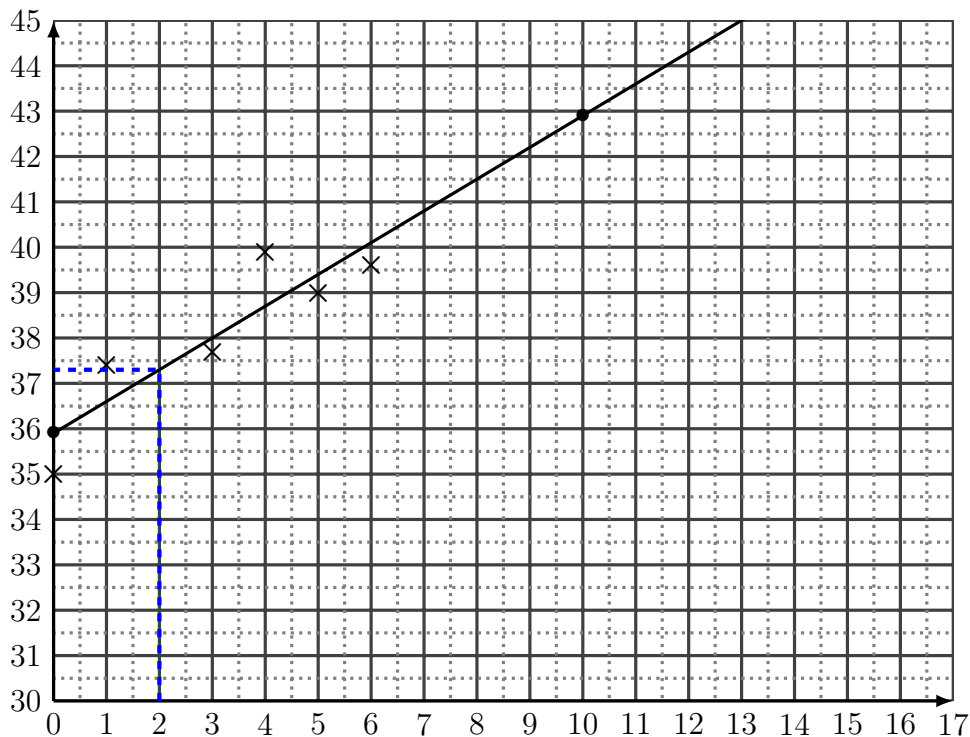
On étudie un autre ajustement de cette série statistique, par la fonction f définie par $f(x) = 0,1x^2 + 0,1x + 36,2$ (où x est le rang de l'année, et $f(x)$ la population estimée cette année là). Par exemple, pour l'année 1911 de rang 6, ce modèle estime la population à $f(6) \approx 40,4$ millions d'habitants. D'autre part, les données de l'INSEE (Institut National de la Statistique et des Études Économiques) montrent qu'en 2011 il y avait 65,2 millions d'habitants en France.

1. Le modèle étudié dans la partie A reste-t-il valable jusqu'en 2011 ? Justifier.

Calculons la population en 2011 : cette année correspond à l'indice 16, donc $y = 0,7 \times 16 + 35,9 = 47,1$. Selon ce modèle, il y aurait 47,1 millions d'habitants en 2011, ce qui est bien inférieur à la réalité (65,2 millions). Le modèle n'est donc plus valide en 2011.

2. Le nouveau modèle donné par la fonction f est-il meilleur ? Justifier.

Avec le nouveau modèle, la population en 2011 est estimée à $f(16) = 0,1 \times 16^2 + 0,1 \times 16 + 36,2 = 63,4$ millions, ce qui est très proche de la valeur réelle : ce nouveau modèle est meilleur que le précédent.



Exercice 1. *En France, le temps moyen quotidien, en heures, passé par une personne devant un écran d'ordinateur, de tablette ou de smartphone est donné dans le tableau suivant :*

<i>Année</i>	<i>2013</i>	<i>2014</i>	<i>2015</i>	<i>2016</i>	<i>2017</i>
<i>Rang de l'année x_i</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
<i>Temps en heures passé devant un écran y_i</i>	<i>2,78</i>	<i>3,27</i>	<i>3,52</i>	<i>3,77</i>	<i>3,97</i>

Partie A : Approximation du temps passé devant un écran en 2018.

1. *Placer sur le graphique donné au verso le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$. Voir le graphique.*
2. *À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au millième. À la calculatrice, on trouve $y = 0,288x + 2,886$.*

Dans la suite de l'exercice, on prend la droite d'équation $y = 0,3x + 2,9$ comme ajustement du nuage de points.

3. *Tracer cette droite dans le repère donné en annexe à rendre avec la copie.*
 - *On prend une première valeur $x = 0$ (par exemple), et on trouve $y = 0,3 \times 0 + 2,9 = 2,9$. Donc le point de coordonnées $(0; 2,9)$ est sur la droite.*
 - *On prend une seconde valeur $x = 10$ (par exemple), et on trouve $y = 0,3 \times 10 + 2,9 = 5,9$. Donc le point de coordonnées $(10; 5,9)$ est sur la droite.*

Il ne reste plus qu'à tracer la droite passant par ces deux points. Voir sur le graphique.

4. *En utilisant cet ajustement, déterminer une estimation du temps quotidien passé devant un écran en 2018. L'année 2018 correspond à l'indice 5. Or $y = 0,3 \times 5 + 2,9 = 4,4$. Donc le temps moyen passé est estimé à 4,4h.*

Remarque : On pouvait aussi lire cette information graphiquement (voir le graphique).

Partie B : Évolution du temps passé devant un écran après 2017.

On étudie un autre ajustement de cette série statistique, par la fonction f définie par $f(x) = -0,04x^2 + 0,45x + 2,8$ (où x est le rang de l'année, et $f(x)$ le temps passé devant un écran estimé cette année là). Par exemple, pour l'année 2017 de rang 4, ce modèle estime le temps passé à $f(4) \approx 3,96$ heures.

1. Calculer les estimations du temps passé en 2017 pour chacun des deux modèles (celui de la partie A, et celui donné par la fonction f). Lequel des deux semble le meilleur ? L'année 2017 correspond à l'indice 4.
 - Selon le modèle de la partie précédente, le temps passé est estimé à $y = 0,3 \times 4 + 2,9 = 4,2$.
 - Selon le nouveau modèle, le temps passé est $f(4) \approx 3,96$ (d'après l'énoncé).

La vraie valeur étant 3,97, pour cette année-là, le nouveau modèle est plus précis que l'ancien.

2. Pourquoi peut-on affirmer que le modèle donné par la fonction f n'est pas valide en 2030 ? L'année 2030 correspond à l'indice 17. Or $f(17) = -0,04 \times 17^2 + 0,45 \times 17 + 2,8 = -1,11$. Cela correspond à un temps négatif, ce qui est impossible : le nouveau modèle n'est pas valide en 2030.

