15/11/2019
DS n° 2

Probabilités

T^{ale}STMG

Exercice 1. *On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B.*
En 2013, sur 571 870 véhicules contrôlés, 266 430 sont de marque A et 305 440 de marque B. Pour ces véhicules, soit le contrôle technique est conforme soit il est non conforme.
Pour 8 % des véhicules de marque A, le contrôle technique est non conforme.
Pour 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.
Pour chacun des véhicules contrôlés, une fiche a été établie.

On choisit une de ces fiches au hasard et on note :
A l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque A »,
B l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque B »,
C l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme »,
$\overline{C}$ l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique non conforme ».

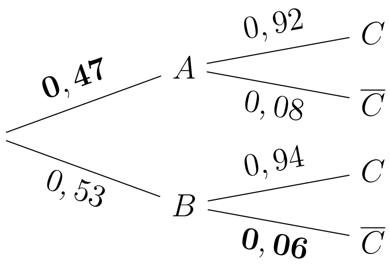
On admet que la probabilité de l'évènement A, notée $p(A)$, arrondie à 10^{-2} près, vaut 0,47.

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à $\mathbf{10^{-2}}$près.

1. *Décrire par une phrase la probabilité $p_A\left(\overline{C}\right)$ puis calculer sa valeur.*

   $p_A\left(\overline{C}\right)$ est la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un véhicule au contrôle technique non conforme, sachant que ce véhicule est de la marque A.
   Puisque « pour 8 % des véhicules de marque A, le contrôle technique est non conforme », alors $p_A\left(\overline{C}\right) = 0,08$.

2. *Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :*



3. (a) *Décrire par une phrase l'évènement $C \cap A$.* La fiche choisie est celle d'un véhicule de marque A ayant son contrôle technique conforme.

   (b) *Calculer la probabilité $p(C \cap A)$.* $p(C \cap A) = 0,47 \times 0,92 \approx 0,43$.

4. *Justifier que la probabilité de l'évènement C, arrondie à 10^{-2} près, est égale à $0,93$.*

$$\begin{aligned} p(C) &= p(C \cap A) + p(C \cap B) \\ &\approx 0,43 + 0,53 \times 0,94 \\ &\approx 0,93 \end{aligned}$$

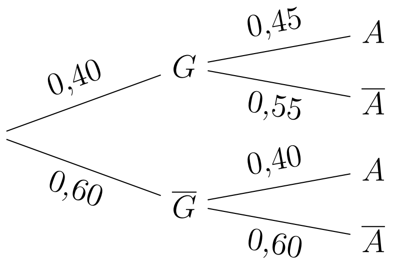
5. *La fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme, quelle est la probabilité que ce véhicule soit de la marque A ?*

$$\begin{aligned} p_C(A) & \\ &= \frac{p(C \cap A)}{p(C)} \\ &\approx \frac{0,43}{0,93} \\ &\approx 0,46 \end{aligned}$$

La probabilité est donc $0,46$.

Exercice 1. *Dans un petit village, la mairie a organisé une fête locale : un certain nombre d'entrées gratuites ont été distribuées aux habitants et des stands ont été installés pour la vente de produits locaux. Les organisateurs estiment que 40 % des visiteurs de la fête ont eu une entrée gratuite, les autres ont payé leur entrée.*
De plus, parmi les visiteurs ayant une entrée gratuite, 45 % ont effectué un achat dans un des stands. Parmi ceux ayant payé leur entrée, 60 % n'ont rien acheté.
On interroge au hasard un des visiteurs de la fête à la fin de la journée.
On note
G l'évènement : « le visiteur a eu une entrée gratuite »,
A l'évènement : « le visiteur a effectué un achat ».
On notera $\overline{G}$ l'évènement contraire de G et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. *Donner la valeur de la probabilité $P_G(A)$.* C'est la probabilité qu'un visiteur avec une entrée gratuite ait effectué un achat, c'est-à-dire $0,45$.
2. *Recopier et compléter sur votre copie l'arbre de probabilité ci-dessous*



3. *On s'intéresse à l'évènement : « le visiteur a payé son entrée et a effectué un achat ».*
   (a) *Exprimer cet évènement en utilisant les symboles parmi A, $\overline{A}$, G, $\overline{G}$, ∪, ∩.*
   $$\overline{G} \cap A$$
   (b) *Calculer la probabilité de cet évènement.*
   $$p(\overline{G} \cap A = 0,60 \times 0,40 = 0,24$$
4. *Montrer que la probabilité que le visiteur ait effectué un achat est 0,42.*
$$\begin{aligned} p(A) &= p(G \cap A) + p(\overline{G} \cap A) \\ &= 0,40 \times 0,45 + 0,24 \\ &= 0,42 \end{aligned}$$
5. *Calculer la probabilité que le visiteur ait payé son entrée sachant qu'il a effectué un achat.*
   On arrondira à $0,01$ près le résultat.

$$p_A\left(\overline{G}\right)$$
$$= \frac{p\left(\overline{G} \cap A\right)}{p(A)}$$
$$= \frac{0,24}{0,42}$$
$$\approx 0,57$$