

Aucune justification n'est demandée pour les calculs faits à la calculatrice.

Exercice 1 (Opérations sur les matrices — 7 points). On donne :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $7A - 2B$.
2. La matrice B est-elle l'inverse de la matrice A ?
3. (a) Calculer $A \times B$.
(b) Dans le calcul de $A \times B$, détailler le calcul du coefficient de la deuxième ligne et première colonne.
4. Donner les coefficients de la matrice I_3 .

Exercice 2 (QCM — 4 points). Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

Question 1. Parmi les propriétés suivantes, lesquelles sont vraies pour toutes les matrices carrées P, Q, R de même taille ?

- | | |
|-------------------------------|---|
| (a) $Q \times P = P \times Q$ | (c) $P \times (Q + R) = P \times Q + P \times R$ |
| (b) $Q + P = P + Q$ | (d) $P \times (Q \times R) = (P \times Q) \times R$ |

Question 2. La matrice A a 4 lignes et 3 colonnes, et la matrice B a 2 lignes et 4 colonnes. Parmi les propriétés suivantes, lesquelles sont vraies ?

- (a) $A \times B$ est égal à une matrice à 3 lignes et 2 colonnes ;
- (b) On ne peut calculer ni $A \times B$, ni $B \times A$.
- (c) On peut calculer $A \times B$, mais pas $B \times A$.

Exercice 3 (Équation — 5 points). Existe-t-il une valeur de a pour laquelle l'égalité suivante est vérifiée ?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & a \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

Exercice 4 (Puissance — 4 points). On appelle M la matrice :

$$M = \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$$

1. Calculer M^2, M^3 et M^4 .
2. Conjecturer la valeur de M^{10000} . Expliquer votre raisonnement.