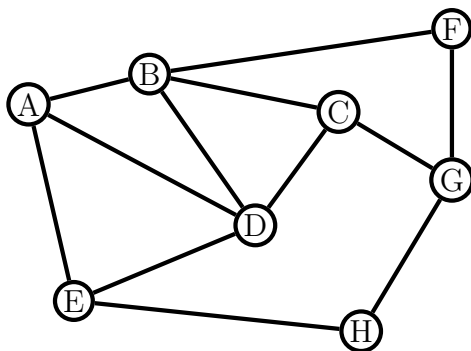


Exercice 1 (D'après le sujet de bac Centres étrangers, 8 juin 2016). Une compagnie aérienne utilise huit aéroports que l'on nomme A, B, C, D, E, F, G et H.

Entre certains de ces aéroports, la compagnie propose des vols dans les deux sens.

Cette situation est représentée par le graphe Γ ci-contre, dans lequel :

- les sommets représentent les aéroports,
- les arêtes représentent les liaisons assurées dans les deux sens par la compagnie.



1. (a) Quel est l'ordre de ce graphe ?
(b) Quel est le degré du sommet C ?
2. (a) Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ est complet.
(b) Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ est connexe.
3. Donner la matrice d'adjacence M du graphe Γ en respectant l'ordre alphabétique des sommets du graphe.

4. Pour la suite de l'exercice, on donne les matrices suivantes :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 3 & 7 & 6 & 1 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & 8 & 8 & 3 & 6 & 1 & 4 \\ 3 & 8 & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 1 \\ 7 & 8 & 7 & 6 & 7 & 3 & 3 & 2 \\ 6 & 3 & 4 & 7 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 1 & 3 & 3 & 0 & 5 & 0 \\ 4 & 1 & 6 & 3 & 1 & 5 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 4 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Un voyageur souhaite aller de l'aéroport B à l'aéroport H.

- (a) Déterminer le nombre minimal de vols qu'il doit prendre, Justifier les réponses à l'aide des matrices données ci-dessus.
 - (b) Donner tous les trajets possibles empruntant trois vols successifs.
5. Une voyageuse souhaite visiter toutes les villes de A à H. Pour cela, elle planifie le trajet :

$$F - G - H - G - C - D - E - A - B - F$$

Cette chaîne est-elle fermée ? Est-ce un cycle ?