

**Exercice 1** (D'après le sujet de bac de Pondichéry, 7 avril 2014). Deux sociétés, Ultra-eau (U) et Vital-eau (V), se partagent le marché des fontaines d'eau à bonbonnes dans les entreprises d'une grande ville.

L'entreprise U fournit ses clients en recharges pour les fontaines à eau et dispose des résultats antérieurs suivants :

Nombre de recharges en milliers	1	3	5
Coût total annuel de production en centaines d'euros	11	27,4	83

Le coût total de production est modélisé par une fonction  $C$  définie pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 10]$  par :

$$C(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 10 \quad a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

Lorsque le nombre  $x$  désigne le nombre de milliers de recharges produites,  $C(x)$  est le coût total de production en centaines d'euros.

1. Montrer que le triplet  $(a, b, c)$  est solution du système  $(S)$ .

$$(S) \quad \begin{cases} a + b + c & = 1 \\ 27a + 9b + 3c & = 17,4 \\ 125a + 25b + 5c & = 73 \end{cases}$$

2. (a) Écrire ce système sous la forme  $MX = Y$  où  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ ,

et  $M$  et  $Y$  sont des matrices que l'on précisera.

- (b) On admet que la matrice  $M$  est inversible. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le triplet  $(a, b, c)$  solution du système  $(S)$ .

3. En utilisant cette modélisation, quel serait le coût total annuel de production pour 8 000 recharges d'eau produites ?