

Aucune justification n'est demandée pour les calculs faits à la calculatrice.

**Exercice 1** (Opérations sur les matrices — 7 points). On donne :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 4 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

1. Calculer  $A + B$ .
2. Calculer  $5A$ .
3. Calculer  $A \times B$ .
4. Dans le calcul de  $A \times B$ , détailler le calcul du coefficient de la première ligne et deuxième colonne.

**Exercice 2** (QCM — 4 points). Donner les bonnes réponses, sans justifier. Il y a au moins une bonne réponse par question, mais il peut y avoir plusieurs réponses.

Question 1. Pour toutes matrices carrées  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  de même taille, on a :

- (a)  $P \times (Q \times R) = (P \times Q) \times R$
- (b)  $Q \times P = P \times Q$
- (c)  $Q + P = P + Q$

Question 2. La matrice  $A$  a 5 lignes et 4 colonnes, et la matrice  $B$  a 2 lignes et 5 colonnes. Le produit  $A \times B$  est :

- (a) impossible, mais le produit  $B \times A$  est possible ;
- (b) impossible, tout comme le produit  $B \times A$  ;
- (c) égal à une matrice à 4 lignes et 2 colonnes.

**Exercice 3** (Puissance de matrice — 4 points). On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 18 & -18 \\ 4 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & -6 \end{pmatrix}$$

1. Calculer  $A^2$ ,  $A^3$ ,  $A^4$ ,  $A^5$ .
2. Conjecturer la valeur de  $A^{123456789}$  (une explication non-rigoureuse est acceptée).

**Exercice 4** (Équation — 4 points). Déterminer les valeurs de  $a$  et  $b$  vérifiant l'égalité suivante.

$$\begin{pmatrix} 6 & a \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b & a \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$