

Aucune justification n'est demandée pour les calculs faits à la calculatrice.

Exercice 1 (Opérations sur les matrices — 7 points). On donne :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 4 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $A + B$.
2. Calculer $7A$.
3. Calculer $A \times B$.
4. Dans le calcul de $A \times B$, détailler le calcul du coefficient de la deuxième ligne et première colonne.

Exercice 2 (QCM — 4 points). Donner les bonnes réponses, sans justifier. Il y a au moins une bonne réponse par question, mais il peut y avoir plusieurs réponses.

Question 1. Pour toutes matrices carrées P, Q, R de même taille, on a :

- (a) $Q + P = P + Q$
- (b) $Q \times P = P \times Q$
- (c) $P \times (Q \times R) = (P \times Q) \times R$

Question 2. La matrice A a 5 lignes et 4 colonnes, et la matrice B a 2 lignes et 5 colonnes. Le produit $A \times B$ est :

- (a) égal à une matrice à 4 lignes et 2 colonnes ;
- (b) impossible, tout comme le produit $B \times A$;
- (c) impossible, mais le produit $B \times A$ est possible.

Exercice 3 (Puissance de matrice — 4 points). On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -9 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer A^2, A^3, A^4, A^5 .
2. Conjecturer la valeur de $A^{987654321}$ (une explication non-rigoureuse est acceptée).

Exercice 4 (Équation — 4 points). Déterminer les valeurs de a et b vérifiant l'égalité suivante.

$$\begin{pmatrix} 8 & a \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b & a \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 8 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$