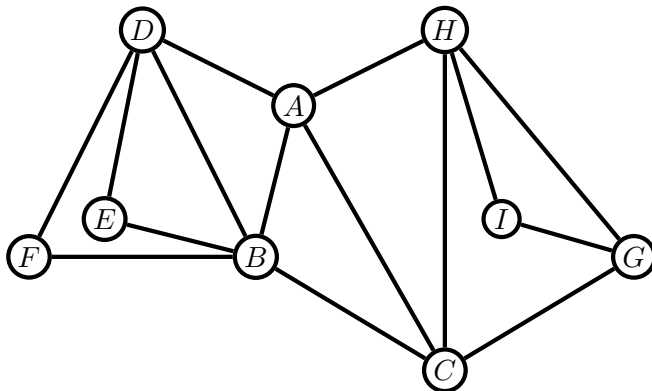


D'après le sujet de baccalauréat : Centres Étrangers, 12 juin 2014.

Partie A : Étude d'un graphe

On considère le graphe \mathcal{G} ci-dessous.



- (a) Déterminer en justifiant si le graphe \mathcal{G} est complet.

(b) Déterminer en justifiant si le graphe \mathcal{G} est connexe.
- (a) Donner le degré de chacun des sommets du graphe \mathcal{G} .

(b) Déterminer en justifiant si le graphe \mathcal{G} admet un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.
- (a) Donner la matrice M associée au graphe \mathcal{G} (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).

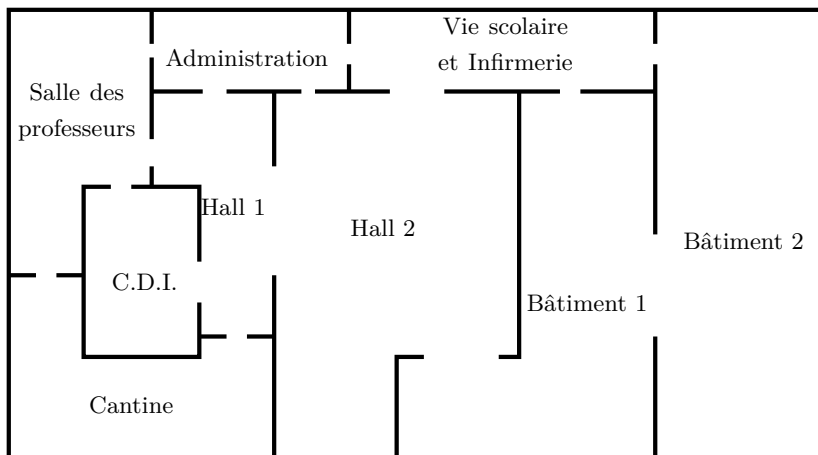
(b) On donne : $M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$

Montrer, par le calcul, que le coefficient de la septième ligne et quatrième colonne de la matrice M^3 est égal à 3.

Partie B : Applications

Dans cette partie, on pourra justifier les réponses en s'aidant de la partie A

On donne ci-dessous le plan simplifié d'un lycée



1. Le graphe \mathcal{G} donné en partie A modélise cette situation.

Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet du graphe \mathcal{G}	A	B	C	D	E
Lieu correspondant dans le lycée					

Sommet du graphe \mathcal{G}	F	G	H	I
Lieu correspondant dans le lycée				

2. Un élève a cours de mathématiques dans le bâtiment 1. À la fin du cours, il doit rejoindre la salle des professeurs pour un rendez vous avec ses parents.

Déterminer le nombre de chemins en trois étapes permettant à l'élève de rejoindre ses parents puis indiquer quels sont ces chemins.

3. Le lycée organise une journée portes-ouvertes.

Déterminer, en justifiant, s'il est possible de visiter le lycée en empruntant une seule fois chaque passage entre les différents lieux (les salles de départ et d'arrivée sont libres). Si cela est possible, donner un exemple de trajet vérifiant ces conditions.