

**Exercice 1** (Questions diverses — 7 points). *Les questions sont indépendantes.*

1. Donner les coefficients de la matrice  $I_5$ .
2. Calculer l'inverse de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0,5 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .
3. Est-il possible de multiplier, dans cet ordre, une matrice de dimension  $3 \times 7$  par une matrice de dimension  $9 \times 3$ ? Justifier.
4. Calculer  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^2 - 2 \times \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0,5 & 3 \end{pmatrix}$ .

**Exercice 2** (Puissance de matrice — 6 points). On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 12 & 6 & -18 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer  $A^2$ . Détailler le calcul du coefficient de la deuxième ligne et troisième colonne.
2. En remarquant que  $A^3 = A^2 \times A$ , calculer  $A^3$ .
3. En déduire la valeur de  $A^{987654321}$  (une explication non-rigoureuse est acceptée).

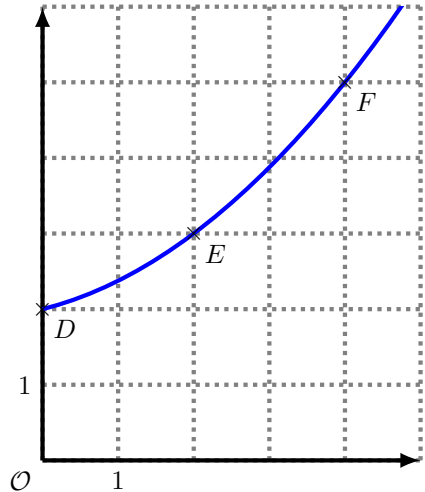
**Exercice 3** (D'après le sujet de bac Amérique du Nord, 2 juin 2015 — 7 points).

Un créateur d'entreprise a lancé un réseau d'agences de services à domicile. Depuis 2010, le nombre d'agences n'a fait qu'augmenter. Ainsi, l'entreprise qui comptait 200 agences au 1<sup>er</sup> janvier 2010 est passée à 300 agences au 1<sup>er</sup> janvier 2012 puis à 500 agences au 1<sup>er</sup> janvier 2014.

On admet que l'évolution du nombre d'agences peut être modélisée par une fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois nombres réels.

La variable  $x$  désigne le nombre d'années écoulées depuis 2010 et  $f(x)$  exprime le nombre d'agences en centaines. la valeur 0 de  $x$  correspond donc à l'année 2010.

Sur le dessin ci-contre, on a représenté graphiquement la fonction  $f$ .



On cherche à déterminer la valeur des coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

- (a) À partir des données de l'énoncé, écrire un système d'équations traduisant cette situation.  
(b) En déduire que le système précédent est équivalent à :  $AX = B$  avec  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  et  $B$  une matrice colonne que l'on précisera.
- Déterminer les valeurs des coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$ .
- Suivant ce modèle, déterminer le nombre d'agences que l'entreprise possédera au 1<sup>er</sup> janvier 2016.