Exercice 1 (D'après l'exercice 03 du sujet d'EC n° 17)**.** La glycémie est la concentration massique exprimée en gramme par litre $\mathrm{g\,L^{-1}}$ de sucre dans le sang. Le diabète se caractérise par une hyperglycémie chronique, c'est-à-dire un excès de sucre dans le sang et donc une glycémie trop élevée.
Une glycémie est normale lorsqu'elle est comprise entre $0{,}7\,\mathrm{g\,L^{-1}}$ et $1{,}1\,\mathrm{g\,L^{-1}}$ à jeun et lorsqu'elle est inférieure à $1{,}4\,\mathrm{g\,L^{-1}}$, une heure et trente minutes après un repas.
Lorsque l'on suspecte un diabète, on pratique un test de tolérance au glucose. Lorsqu'il est à jeun, le patient ingère $75\,\mathrm{g}$ de glucose au temps $t = 0$ (t est exprimé en heure).
Pour tout réel t de l'intervalle $[0;3]$, la glycémie du patient, exprimée en $\mathrm{g\,L^{-1}}$, t heures après l'ingestion, est modélisée par la fonction f définie sur $[0;3]$ par :

$$f(t) = 0,3t^3 - 1,8t^2 + 2,7t + 0,8$$

1. Que valait la glycémie du patient à jeun ?
2. (a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Montrer que pour tout réel t appartenant à $[0;3]$:

   $$f'(t) = 0,9(t-1)(t-3)$$

   (b) Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0;3]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;3]$.
3. (a) Au bout de combien d'heures la glycémie du patient est-elle maximale et que vaut- elle ?

   (b) Peut-on suspecter un diabète chez le patient ? Expliquer.

Exercice 2 (D'après l'exercice 4 du sujet d'EC n° 66)**.** La courbe C tracée ci-dessous représente la masse, en kilogramme, d'un sportif en fonction du temps, exprimé en nombre d'années, sur une période de 5 ans.

1. Déterminer, sur la période étudiée, le nombre de mois pendant lesquels le sportif pèse plus de 85 kilogrammes. On répondra avec la précision permise par le graphique.

On admet que la courbe C est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 5]$ par :

$$f(x) = x^3 - 7,5x^2 + 12x + 80$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

2. Déterminer $f'(x)$.
3. Montrer que $f'(x) = (x - 1)(3x - 12)$.
4. (a) Établir le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 5]$.
   (b) En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.
   (c) Déterminer la masse minimale et la masse maximale du sportif sur la période étudiée.

Exercice 3 (D'après l'exercice 3 du sujet d'EC n° 15)**.** Un artisan produit des vases en terre cuite. Sa capacité de production est limitée à 60 vases. Le coût de production, en euros, dépend du nombre de vases produits.
Ce coût de production peut être modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0; 60]$ par :

$$C(x) = x^2 - 10x + 500$$

Un vase est vendu 50 € Les recettes, qui dépendent du nombre de vases produits et vendus, sont modélisées par une fonction R définie sur l'intervalle $[0; 60]$.

1. Calculer le coût et la recette réalisés lorsque l'artisan produit et vend 50 vases.
2. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
3. Le résultat, en euro, réalisé par l'artisan est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0; 60]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.
   (a) Vérifier que $B(x) = -(x - 10)(x - 50)$.
   (b) Déterminer le nombre de vases à produire et à vendre pour que l'artisan réalise des bénéfices (c'est-à-dire pour que le résultat $B(x)$ soit positif).
4. On note B' la fonction dérivée de la fonction B sur l'intervalle $[0; 60]$.
   (a) Déterminer $B'(x)$.
   (b) Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 60]$ et en déduire le nombre de vases à vendre pour réaliser un bénéfice maximum.