

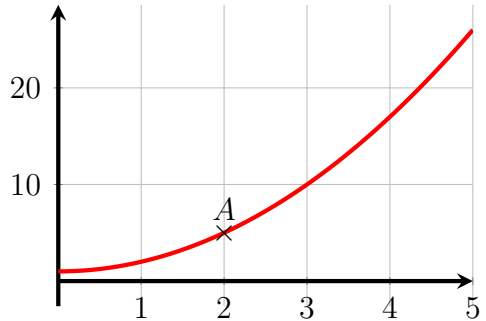
# 1 Tangente à une courbe

## Définition.

- Une *sécante* à une courbe  $\mathcal{C}$  passant par le point  $A$  est une droite passant par  $A$ , et coupant la courbe en un autre point  $M$ .
- Lorsque le point  $M$  se rapproche de  $A$ , il arrive que la sécante  $(AM)$  se rapproche d'une « position limite ». Cette droite « limite » est alors appelée *tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point  $A$* .

**Exemple 1.** Voici la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto x^2 + 1$ , ainsi que le point  $A(2; 5)$ .

1. Tracer plusieurs sécantes passant par le point  $A$ .
2. Tracer, d'une couleur différente, la tangente à la courbe de  $f$  passant par  $A$ .



**Exercice.** Exercices 17, 18 p. 148.

# 2 Nombre dérivé

**Définition.** On reprend une fonction  $f$  de courbe  $\mathcal{C}$ , un point  $A$  (d'abscisse  $a$ ), et un nombre strictement positif  $h$ . Le point  $M$  de coordonnées  $M(a + h; f(a + h))$  est un point de  $\mathcal{C}$ , et  $(AM)$  est une sécante à  $\mathcal{C}$ .

Alors le nombre réel  $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  est le coefficient directeur de  $(AM)$ , et le *taux de variations* de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $a + h$ .



**Définition.** Si le taux de variations d'une fonction  $f$  entre  $a$  et  $a + h$  tend vers un nombre  $l$  lorsque  $h$  tend vers 0, alors on dit que  $f$  est dérivable en  $a$ . Ce nombre est appelé le *nombre dérivé de  $f$  en  $a$* , et se note  $f'(a)$ . On écrit :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

### 3 Équation de la tangente

**Définition.** Soit  $f$  une fonction dérivable en un nombre  $a$ . On appelle *tangente à  $f$  au point d'abscisse  $a$*  la droite  $T$ , passant par le point de coordonnée  $(a; f(a))$ , et de coefficient directeur  $f'(a)$ .

**Propriété.** Si  $f$  est dérivable en  $a$ , l'équation réduite de la tangente à la courbe de  $f$  en  $a$  est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

**Exemple 2.** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ , tracée ci-contre.

On admet que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :  $f'(x) = 2x - 2$ .

1. Calculer  $f(3)$  et  $f'(3)$ .
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse 3.
3. Tracer cette tangente.

