(a) Définition

Définition. Les fonctions de la forme $x \mapsto ax^3 + b$ (avec a et b des nombres réels, et $a \neq 0$) et $x \mapsto a\,(x - x_1)\,(x - x_2)\,(x - x_3)$ (avec x_1, x_2, x_3 des nombres réels distincts, et $a \neq 0$) sont des *polynômes du troisième degré.*

Remarque. Il existe d'autres polynômes du troisième degré d'une forme différente, mais elles ne sont pas étudiées dans ce chapitre.

(b) Variations

Propriété (Variations)**.**

— Fonction de la forme $f : x \mapsto ax^3 + b$:

Si $a < 0$ **:**

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\searrow$	

Si $a > 0$ **:**

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\nearrow$	

— Fonction de la forme $f : x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$:

Si $a < 0$ **:**

x	$-\infty$		$+\infty$
f	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

Si $a > 0$ **:**

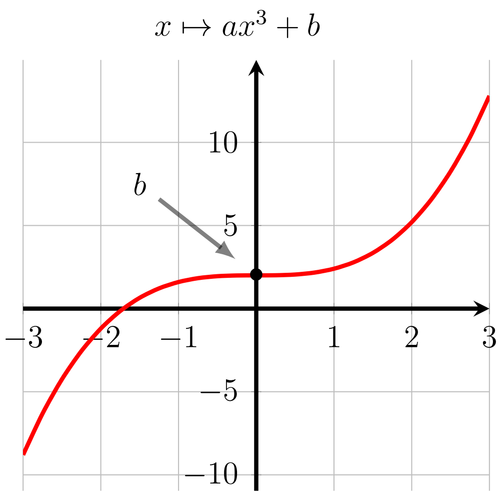
x	$-\infty$		$+\infty$
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

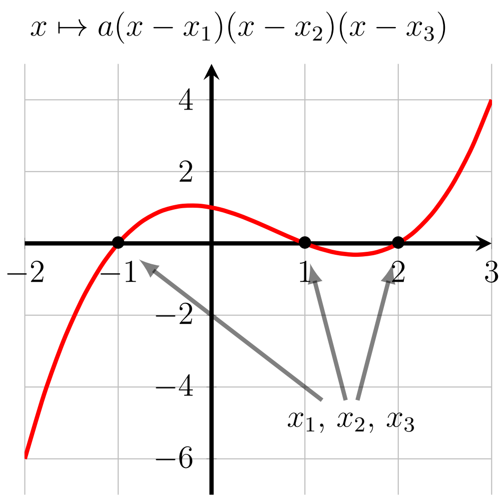
Exemple 1. Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes :
(a) $f(x) = 2x^3 + 4$ (b) $g(x) = -4(x - 2)(x + 1)(x + 3)$ (c) $h(x) = -x^3$

Exercice. 33 p. 121

(c) Représentation graphique

Propriété (Allure des courbes)**.**





Exemple 2.

1. On définit la fonction f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^3 + 3$.
   (a) Identifier a et b.
   (b) Dresser le tableau de variations de f
   (c) Résoudre $f(x) = 0$ (en arrondissant les éventuelles solutions au dixième), calculer $f(0)$, puis tracer l'allure de la courbe de f.
   (d) Dresser le tableau de signes de f.
2. On définit la fonction g sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2(x - 2)(x + 3)(x - 1)$.
   (a) Identifier a, x_1, x_2, x_3.
   (b) Dresser le tableau de variations de g.
   (c) Quelles sont les solutions de $g(x) = 0$?
   (d) Calculer $g(0)$, puis tracer l'allure de la courbe de g.
   (e) Dresser le tableau de signes de g.

Propriété. L'équation $a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) = 0$ a trois solutions : $x = x_1$, $x = x_2$ ou $x = x_3$.

Exercice. 110 à 114 p. 127