**Définition.** Soit f une fonction définie sur un intervalle I de  $\mathbb{R}$ , et a et b deux nombres de l'intervalle I, distincts. Le taux de variation de f entre a et b est le nombre :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

**Exemple 1.** Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + 3$ . Calculer le taux de variation de f entre 2 et 4.

**Propriété** (Interprétation graphique). Le taux de variation d'une fonction f entre a et b est le coefficient directeur (la pente) de la droite entre les points de la courbe de f d'abscisses respectives a et b.

**Définition.** Une fonction est dite monotone sur un intervalle I si elle est croissante sur I, ou décroissante sur I, ou constante sur I.

**Exemple 2.** Tracer la fonction  $f: x \mapsto x^2$  à la calculatrice. Est-elle monotone sur : (a) [2; 7]? (b) [-2; 3]? (c)  $]-\infty$ ; 0]?

## Propriété.

- Une fonction f est monotone sur un intervalle I si et seulement si le signe de son taux de variations entre deux points de I est constant (toujours le même).
- (a) Si les taux de variation entre deux points de *I* sont toujours positifs ou nuls, la fonction est croissante sur *I*.
  - (b) Si les taux de variation entre deux points de I sont toujours négatifs ou nuls, la fonction est décroissante sur I.
  - (c) Si les taux de variation entre deux points de I sont toujours nuls, la fonction est constante sur I.

**Exemple 3.** On considère la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = -2x + 5$$

- 1. Calculer le taux de variation de f entre a et b quelconques, avec  $a \neq b$ .
- 2. Que peut on en déduire?
- 3. Quelle est la nature de f? Comment aurait-on pu arriver à la même conclusion avec vos connaissances de seconde?