Définition. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, et a et b deux nombres de l'intervalle I, distincts. Le *taux de variation* de f entre a et b est le nombre :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Exemple 1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3$. Calculer le taux de variation de f entre 2 et 4.

Propriété (Interprétation graphique)**.** Le taux de variation d'une fonction f entre a et b est le coefficient directeur (la pente) de la droite entre les points de la courbe de f d'abscisses respectives a et b.

Définition. Une fonction est dite *monotone* sur un intervalle I si elle est croissante sur I, ou décroissante sur I, ou constante sur I.

Exemple 2. Tracer la fonction $f : x \mapsto x^2$ à la calculatrice. Est-elle monotone sur : (a) $[2;7]$? (b) $[-2;3]$? (c) $]-\infty;0]$?

Propriété.

- Une fonction f est monotone sur un intervalle I si et seulement si le signe de son taux de variations entre deux points de I est constant (toujours le même).
- (a) Si les taux de variation entre deux points de I sont toujours positifs ou nuls, la fonction est croissante sur I.
  (b) Si les taux de variation entre deux points de I sont toujours négatifs ou nuls, la fonction est décroissante sur I.
  (c) Si les taux de variation entre deux points de I sont toujours nuls, la fonction est constante sur I.

Exemple 3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x + 5$$

1. Calculer le taux de variation de f entre a et b quelconques, avec $a \neq b$.
2. Que peut on en déduire ?
3. Quelle est la nature de f ? Comment aurait-on pu arriver à la même conclusion avec vos connaissances de seconde ?