

**Exercice 1** (D'après l'exercice 2 du sujet d'EC n° 45). Une urne contient deux boules rouges et trois boules noires toutes indiscernables au toucher.

On tire au hasard et avec remise deux boules dans l'urne en notant leur couleur.

On note  $R$  l'évènement « tirer une boule rouge » et  $N$  l'évènement « tirer une boule noire ».

1. Dresser l'arbre de probabilités correspondant à cette expérience.
2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules rouges ?

Si un joueur tire une boule rouge, il gagne 20 euros. S'il tire une boule noire, il perd 10 euros. On note  $X$  la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur, en euros, à l'issue des deux tirages successifs.

3. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .
4. Calculer la probabilité que le joueur gagne de l'argent.
5. Sans justifier, donner l'espérance et l'écart-type de cette variable aléatoire. Donner une interprétation de l'espérance.

**Exercice 2** (Inspiré de l'exercice 4 du sujet d'EC n° 43). Un parent d'élèves propose un jeu pour la fête de l'école.

Une urne opaque contient des billes indiscernables au toucher : 20 billes rouges, 30 billes blanches et un certain nombre de billes vertes à déterminer.

Pour une partie, chaque joueur doit miser 2 jetons. Ensuite, le joueur prélève une bille au hasard dans l'urne.

- Si la bille prélevée est rouge, le joueur récupère 8 jetons.
- Si la bille est blanche, le joueur récupère 4 jetons.
- Si la bille est verte, le joueur ne gagne rien.

Pour financer les différentes actions de l'école, les organisateurs de la fête veulent que le jeu leur soit favorable : ils veulent choisir le nombre de billes vertes afin que l'espérance devienne égale à  $-1$ .

On note  $v$  le nombre de billes vertes dans l'urne, et  $X$  la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur en nombre de jetons, c'est-à-dire, le nombre de jetons gagnés diminué de la mise.

1. Établir que la loi de probabilité de  $X$  est donnée par :

$x$	$-2$	$2$	$6$
$P(X = x)$	$\frac{v}{50+v}$	$\frac{30}{50+v}$	$\frac{20}{50+v}$

2. Montrer que l'espérance de la variable aléatoire est donnée par la formule :

$$\frac{180 - 2v}{50 + v}$$

3. En déduire le nombre de billes vertes à ajouter pour que l'espérance du jeu soit égale à  $-1$ .