

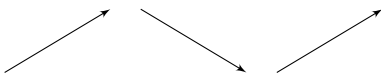
**Exercice 1** (Inéquation). L'objet de l'exercice est de résoudre l'inéquation suivante.

$$2x^3 - 4x^2 - 10x - 24 \geq 0$$

C'est une inéquation du troisième degré, sans factorisation évidente, donc nous ne connaissons pas de méthode générale pour la résoudre.

On pose  $f : x \mapsto 2x^3 - 4x^2 - 10x - 24$ .

1. En utilisant la dérivée, montrez que le tableau de variations de  $f$  est le suivant.

$x$	$-\infty$	$\frac{2-\sqrt{19}}{3}$	$\frac{2+\sqrt{19}}{3}$	$+\infty$
$f$				

2. Complétez, sur le tableau précédent, les valeurs approchées des extremums de  $f$  (avec une précision qui vous semble pertinente).
3. Calculez  $f(4)$ .
4. En déduire les solutions de l'inéquation.

**Exercice 2** (Optimisation). On définit sur  $\mathbb{R}$  la fonction  $f$  par  $f(x) = \frac{1+x}{1+x^2}$ . L'objet de l'exercice est de déterminer ses extremums.

1. Montrez que pour tout  $x$  de son domaine de définition, on a :

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(1 + x^2)^2}$$

2. Recopiez et complétez le tableau de signes suivant, en justifiant.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$-x^2 - 2x + 1$		
$(1 + x^2)^2$		
$f'(x) = \frac{x^2+2x-1}{(1+x^2)^2}$		

3. En déduire le tableau de variations de  $f$  (n'oubliez pas de calculer la valeur des extremums, arrondies au dixième).
4. Donnez les extremums de  $f$ , en précisant pour quelles valeurs de  $x$  ils sont atteints, ainsi que s'il s'agit d'extremums locaux ou globaux.

**Exercice 3** (Un chouïa au delà de ce que je peux vous demander en devoir). L'objet de l'exercice est d'écrire une fonction en Python qui donne les variations des fonctions homographiques de la forme  $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$  (avec  $c \neq 0$  et  $ad - bc \neq 0$ ).

Soit  $f$  une telle fonction.

1. Quel est le domaine de définition de  $f$  ?
2. Montrez que pour tout  $x$  de son domaine de définition, on a :

$$f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

3. Dressez le tableau de signes de  $f'$  ainsi que le tableau de variations de  $f$ .

⚠ Attention : Il y a deux cas possibles.

4. Complétez la fonction Python suivante, qui affiche (en une phrase) les variations de  $f$ , en fonction des paramètres  $a, b, c, d$  de  $f$ .

⚠ Attention : la phrase affichée dans cette ébauche de fonction n'est qu'un exemple, et sera probablement réécrite entièrement.

```
def variations_homographiques(a, b, c, d):
    if ...:
        print("La fonction f est croissante/
              décroissante sur ..., puis croissante/
              décroissante sur ..., puis...")
    else:
        ...
```