

★ *Il y aura au devoir des exercices très similaires aux exercices marqués d'une étoile.*

Exercice 1 (★). Pour chacune des suites u suivantes : (i) calculer u_2 ; (ii) calculer le troisième terme ; (iii) calculer le terme de rang 4. Arrondir les résultats au centième si nécessaire.

1. La suite u de premier terme $u_0 = 3$ et telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
2. La suite u définie pour $n \geq 1$ par $u_n = \frac{1}{2^n}$.

Exercice 2. On considère les suites u et v définies sur \mathbb{N} par :

$$u_n = \frac{4^n}{9} \text{ et } \begin{cases} v_0 = 7 \\ v_{n+1} = 2v_n - 3 \end{cases}$$

1. Prouver que u est géométrique.
2. Prouver que v n'est pas arithmétique.

Exercice 3. On considère une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r tous les deux inconnus. On sait en revanche que $u_{42} + u_{256} = 454$, et que $u_{101} = 149$.

1. Exprimer u_{42} et u_{256} en fonction de u_{101} .
2. En déduire que $298 + 96r = 454$.
3. En déduire les valeurs de u_0 et r .

Exercice 4 (★). On considère la suite u définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ \text{Pour tout } n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 1,4u_n - 1,5 \end{cases}$$

On admet que cette suite est décroissante, et on souhaite connaître le rang du premier terme négatif. Nous allons répondre à cette question de deux manières différentes. *Les deux questions sont indépendantes.*

1. *Python* Complétez la fonction ci-contre pour qu'elle renvoie le résultat demandé.

```
def suite():
    n = 0
    u = 3
    while u > ...:
        u = ...
        n = ...
    return ...
```

2. *Calculatrice* Sans justifier, à l'aide du module suites de votre calculatrice, répondre au problème.

Exercice 5. À partir de ses dix ans, les parents de Lena lui donnent 10€ chaque mois l'année de ses dix ans, puis 11€ chaque mois l'année de ses 11 ans, et ainsi de suite jusqu'à l'année de ses 25 ans (inclusive). L'objet de l'exercice est de calculer la somme totale reçue par Lena.

On note u la suite définie par « u_n est la somme reçue par Lena durant sa n^{e} année ». On admet que u est une suite arithmétique.

1. Justifier que le premier terme est $u_{10} = 120$, et sa raison est 12.
2. Déterminer la somme d'argent reçue par Lena entre l'année de ses 10 ans et la fin de l'année de ses 25 ans.

Exercice 6. Le niveau sonore se mesure en décibels (abrégié *db*). Par exemple, le bruit d'un scooter est 90 db, et celui du décollage d'une fusée est 180 db.

On admet que lorsque l'on double une source sonore, le niveau sonore est augmenté de 0,3 db. Par exemple, le bruit de deux scooters est 90,3 db, et celui de deux fusées est 180,3 db.

On se pose la question suivante.

Combien de scooters sont nécessaires pour faire autant de bruit qu'une fusée ?

Pour y répondre, on imagine l'expérience suivante. On commence avec un scooter, et on mesure le niveau sonore. Puis à chaque étape, on double le nombre de scooters, et on mesure le nouveau niveau sonore.

On définit u et v les suites définies sur \mathbb{N}^* par :

- u_n est le nombre de scooters à l'étape n ;
 - v_n est le niveau sonore des scooters à l'étape n ;
 - u_1 et v_1 représentent le nombre initial de scooters (un seul) et son niveau sonore.
1. Justifier que u est une suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison 2, et que v est une suite arithmétique de premier terme $v_1 = 90$ et de raison 0,3.
 2. Donner la formule explicite des suites u et v .
 3. Résoudre $v_n \geq 180$, et en déduire combien d'étapes seront nécessaires pour que le niveau sonore des scooters atteigne celui d'une fusée.
 4. En déduire combien de scooters sont nécessaires pour obtenir le niveau sonore d'une fusée. Arrondir le résultat avec une précision qui vous semble correcte.