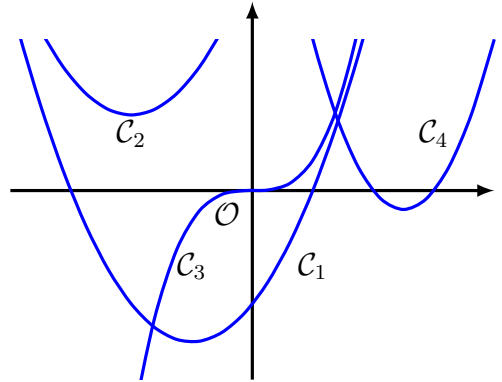


Le devoir comportera des exercices très similaires aux exercices marqués d'une étoile ★.

Exercice 1 (★). La fonction f est un trinôme du second degré, dont on connaît les trois formes suivantes (pour tout $x \in \mathbb{R}$) :

- $f(x) = 2(x + 3)(x - 1)$
- $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$
- $f(x) = 2(x + 1)^2 - 8$



On a tracé quatre courbes sur le graphique, dont l'échelle est inconnue. En justifiant, *sans la calculatrice*, déterminer laquelle des courbes est celle de f .

Exercice 2 (★). Dans cet exercice, aucune réponse obtenue à l'aide de la calculatrice ou de valeur absolue ne sera acceptée.

On admet que $3 < \pi$.

1. Sans aucun calcul, justifier que $\frac{1}{3^3} > \frac{1}{\pi^3}$.
2. En déduire une expression de $\left| \frac{1}{3^3} - \frac{1}{\pi^3} \right|$ sans valeur absolue.

Exercice 3. On dispose de 100 mètres de clôture, et l'on souhaite créer le champ rectangulaire avec la plus grande aire possible.

1. On note x la largeur du champ. Montrer que l'aire est $\mathcal{A}(x) = x(50 - x)$.
2. Quelle doit être la forme du champ pour que l'aire soit maximale ?

Exercice 4 (★). On cherche l'expression d'un trinôme du second degré vérifiant les conditions suivantes :

- une de ses racines est 4 ;
- l'abscisse du sommet de sa parabole est 3.
- sa courbe coupe l'axe des ordonnées à l'ordonnée 8.

1. Justifier que la seconde racine est 2.
2. Justifier que la forme factorisée de ce trinôme est de la forme suivante, en donnant les valeurs manquantes (sauf a qui sera déterminé à la question suivante) :

$$a(x - \dots)(x - \dots)$$

3. Enfin, déterminer la valeur de a .

Exercice 5. *Dans cet exercice, toutes les valeurs numériques pourront être arrondies au centième.*

Une éditrice de jeux réfléchit au prix de vente de son prochain produit. Elle a pu estimer que pour un prix de vente unitaire de x , son bénéfice pour l'ensemble des jeux serait, en euros, de $-30(x - 20)(x - 60)$.

On définit la fonction f sur $[0; +\infty[$ par : $f : x \mapsto -30x^2 + 2400x - 36000$. Cette fonction correspond au bénéfice en fonction du prix de vente unitaire.

1. Montrer que la forme factorisée de la fonction f est : $f : x \mapsto -30(x - 20)(x - 60)$.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f (inclure les ordonnées des extremums).
3. (a) Sans aucun calcul, donner les racines de f .
(b) En déduire, avec le tableau de variations de f , les solutions de $f(x) \geq 0$.
4. Répondre aux questions suivantes en utilisant les réponses précédentes.
 - (a) Donner les prix possibles du jeu pour que l'éditrice gagne de l'argent.
 - (b) Donner le prix unitaire x donnant le bénéfice maximal.