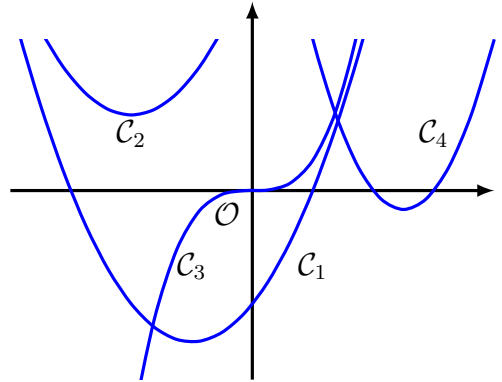


Le devoir comportera des exercices très similaires aux exercices marqués d'une étoile ★.

**Exercice 1 (★).** La fonction  $f$  est un trinôme du second degré, dont on connaît les trois formes suivantes (pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ) :

- $f(x) = 2(x + 3)(x - 1)$
- $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$
- $f(x) = 2(x + 1)^2 - 8$



On a tracé quatre courbes sur le graphique, dont l'échelle est inconnue. En justifiant, *sans la calculatrice*, déterminer laquelle des courbes est celle de  $f$ .

**Exercice 2 (★).** Dans cet exercice, aucune réponse obtenue à l'aide de la calculatrice ou de valeur absolue ne sera acceptée.

On admet que  $3 < \pi$ .

1. Sans aucun calcul, justifier que  $\frac{1}{3^3} > \frac{1}{\pi^3}$ .
2. En déduire une expression de  $\left| \frac{1}{3^3} - \frac{1}{\pi^3} \right|$  sans valeur absolue.

**Exercice 3.** On dispose de 100 mètres de clôture, et l'on souhaite créer le champ rectangulaire avec la plus grande aire possible.

1. On note  $x$  la largeur du champ. Montrer que l'aire est  $\mathcal{A}(x) = x(50 - x)$ .
2. Quelle doit être la forme du champ pour que l'aire soit maximale ?

**Exercice 4 (★).** On cherche l'expression d'un trinôme du second degré vérifiant les conditions suivantes :

- une de ses racines est 4 ;
- l'abscisse du sommet de sa parabole est 3.
- sa courbe coupe l'axe des ordonnées à l'ordonnée 8.

1. Justifier que la seconde racine est 2.
2. Justifier que la forme factorisée de ce trinôme est de la forme suivante, en donnant les valeurs manquantes (sauf  $a$  qui sera déterminé à la question suivante) :

$$a(x - \dots)(x - \dots)$$

3. Enfin, déterminer la valeur de  $a$ .

**Exercice 5.** *Dans cet exercice, toutes les valeurs numériques pourront être arrondies au centième.*

Une éditrice de jeux réfléchit au prix de vente de son prochain produit. Elle a pu estimer que pour un prix de vente unitaire de  $x$ , son bénéfice pour l'ensemble des jeux serait, en euros, de  $-30(x - 20)(x - 60)$ .

On définit la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$  par :  $f : x \mapsto -30x^2 + 2400x - 36000$ . Cette fonction correspond au bénéfice en fonction du prix de vente unitaire.

1. Montrer que la forme factorisée de la fonction  $f$  est :  $f : x \mapsto -30(x - 20)(x - 60)$ .
2. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  (inclure les ordonnées des extremums).
3. (a) Sans aucun calcul, donner les racines de  $f$ .  
(b) En déduire, avec le tableau de variations de  $f$ , les solutions de  $f(x) \geq 0$ .
4. Répondre aux questions suivantes en utilisant les réponses précédentes.  
(a) Donner les prix possibles du jeu pour que l'éditrice gagne de l'argent.  
(b) Donner le prix unitaire  $x$  donnant le bénéfice maximal.