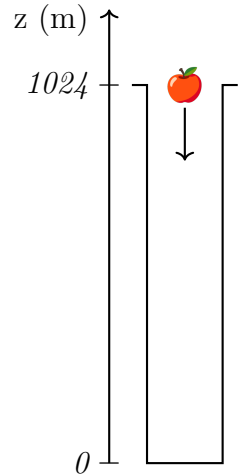


**Exercice 1** (Application à la physique).

Isaac voudrait déterminer la valeur de  $g$ , intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1024 m, et chronomètre son temps de chute.

L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est de 0 m au fond, et 1024 m en haut.

Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme  $z : t \mapsto at^2 + bt + c$ , où  $t$  est le temps de chute. Par exemple,  $z(0)$  est l'altitude initiale, et  $z(3)$  est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$ , pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur  $g$ .



- (1) Combien vaut l'altitude initiale  $z(0)$  ? En déduire que  $c = 1024$ .

Au départ, la pomme est au sommet du puit, donc  $z(0) = 1024$ .

En utilisant l'expression de  $z$ , on trouve que :

$$z(0) = a \times 0^2 + b \times 0 + c = c$$

Donc  $\boxed{c=1024}$ .

- (2) La vitesse  $v$  de la chute est égale à la dérivée de la fonction  $z$ . Par exemple,  $v(2) = z'(2)$  est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.

- (a) Dériver  $z$ , et en déduire l'expression de  $v$  en fonction de  $a$  et  $b$ .

Puisque  $z$  est un polynôme, on a :  $z'(t) = 2at + b$ . Donc

$$\boxed{v(t) = z'(t) = 2at + b}$$

- (b) Quelle est la vitesse initiale ? En déduire que  $b = 0$ .

La pomme est lâchée du sommet, donc sa vitesse initiale est nulle :  $v(0) = 0$ . Or  $v(0) = 2a \times 0 + b = b$ . Donc  $\boxed{b = 0}$ .

- (c) Exprimer  $z$  et  $v$  en fonction de  $a$  et  $t$ .

$$v(t) = 2at$$

$$z(t) = at^2 + 1024$$

- (3) *Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5 s. Traduire cette information par une équation, et montrer que  $a = -4,87$ .*

La chute s'arrête lorsque la pomme atteint le fond du puits, c'est-à-dire quand  $z(t) = 0$ . Donc,  $z(14,5) = 0$ , et  $a \times 14,5^2 + 1024 = 0$ . Donc  $a = -\frac{1024}{14,5^2} \approx -4,87$ .

- (4) *Calculer la dérivée de  $v$  ;  $c$ 'est une constante égale à  $-g$ . Conclure en déterminant la valeur de  $g$ . Bonus : Quelle est l'unité de  $g$ ?*

La dérivée de  $v$  est  $v'(t) = 2a \approx 2 \times (-4,87) \approx -9,74$ . Donc  $-g \approx -9,74$ , et  $\boxed{g \approx 9,74}$ .

*Bonus : La constante  $g$  calculée est l'intensité de la pesanteur, dont l'unité est  $N.kg^{-1}$  ou  $m.s^{-2}$ .*