Exercice 1 (QCM)**.** Un exercice est composé de trois questions à choix multiple. Chaque question a quatre propositions de réponses, dont une seule est correcte.
Une réponse correcte rapporte 2 points ; une réponse incorrecte en enlève 1. Un score final négatif est ramené à zéro.
Un élève répond au hasard à ce QCM ; on note X la variable aléatoire associée au nombre de points gagnés.

1. Dresser l'arpbre de probabilités correspondant à cette expérience : (a) tracer les branches ; (b) calculer et écrire les probabilités ; (c) écrire, pour chaque chemin : sa probabilité, le nombre de réponses correctes, et le nombre de points gagnés par l'élève (par exemple, la branche tout en bas devrait être : probabilité : 1/8 ; nombre de réponses correctes : 0 ; nombre de points : 0).
2. En utilisant l'arbre de la question précédente, recopier et compléter le tableau suivant, pour déterminer la loi de probabilité de X.

Réponses correctes	0	1	2	3
Nombre de points				
Probabilité				

3. Calculer l'espérance et la variance de X.
4. Quelle est la note moyenne qu'obtiendraient un grand nombre de candidats répondant au hasard ?

Exercice 2 (Jeu infini)**.** *Cet exercice est hors-programme.*
Une kermesse propose le jeu suivant : un joueur lance un dé équilibré à six faces. Si 2, 3, 4, 5 ou 6 est obtenu, il gagne le nombre de bonbons indiqués sur le dé et le jeu s'arrête. Si 1 est obtenu, il gagne un bonbon, et relance le dé pour le même jeu.
Par exemple : une joueuse lance le dé et obtient 1 : elle gagne un bonbon et rejoue. Elle fait à nouveau 1 : elle gagne un second bonbon. Elle relance le dé et obtient 3 : elle gagne trois bonbons et le jeu s'arrête. Elle a gagné au total 5 bonbons.
L'objet de l'exercice est de calculer l'espérance de la variable aléatoire X associée au nombre de bonbons gagnés à ce jeu. La formule vue en cours ne peut pas être utilisée car le nombre de lancers n'étant pas limité, l'univers est infini.
On fait alors l'hypothèse suivante : sur un 1, plutôt que relancer le dé, on gagne $1+E(X)$, c'est-à-dire 1 plus le gain moyen obtenu sur le second lancer (qui est identique au gain moyen du jeu). Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont alors $\{1+E(X),2,3,4,5,6\}$.

1. Dresser la loi de probabilité de X.
2. En utilisant la formule de l'espérance vue en cours, montrer que $E(X)=\frac{21+E(X)}{6}$.
3. Résoudre l'équation pour déterminer $E(X)$.

Pour être rigoureux, avec cette méthode, nous n'avons pas prouvé que $E(X)$ est égale à la valeur trouvée à la question précédente : nous avons seulement montré que *si l'espérance $E(X)$ existe*, elle est égale à cette valeur.

4. *Difficile.* Modifier cette expérience aléatoire, ou en inventer une nouvelle, telle que la résolution de l'équation obtenue par la même méthode qu'à la question 2 ne donne pas un résultat correct. Expliquer l'erreur en termes non mathématiques : Quelles caractéristiques de l'expérience aléatoire font que le résultat n'est pas correct ?