Tous les exercices mentionnés sont ceux du chapitre 12 du manuel (à partir de la page 307).

Exercice 6. Corrigé dans le manuel.

Exercice 7. Corrigé dans le manuel.

Exercice 14. Corrigé dans le manuel.

Exercice 15.

1. Puisque les boules sont équiprobables, la probabilité de tirer une boule bleue est $\frac{2}{9}$, celle de tirer une boule rouge est $\frac{4}{9}$, celle de tirer une boule verte est $\frac{3}{9}$.

   Si la joueuse tire une boule bleue, elle va gagner 18€, moins la mise m, cela fait $18 - m$. De même, si elle tire une boule rouge, elle perdra sa mise, soit $-m$. Enfin, si elle tire une boule verte, on lui rend sa mise, donc elle n'a rien gagné, soit 0.

   La loi de probabilités est donc :

x	$18 - m$	0	$-m$
$P(X = x)$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$

2. Calculons l'espérance.

$$\begin{aligned} E(X) &= (18-m)\times\frac{2}{9}+0\times\frac{3}{9}-m\times\frac{4}{9} \\ &= \frac{(18-m)\times 2+0\times 3-m\times 4}{9} \\ &= \frac{18\times 2-2\times m-4m}{9} \\ &= \frac{36-6m}{9} \\ &= 4-\frac{2m}{3} \end{aligned}$$

3. Pour que le jeu soit équitable, il faut que l'espérance soit nulle.

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \\ 4-\frac{2m}{3} &= 0 \\ 4 &= \frac{2m}{3} \\ 12 &= 2m \\ 6 &= m \end{aligned}$$

Pour que le jeu soit équitable, il faut que la mise soit 6€.

Exercice 17.

- $P(X \leqslant 0) = P(X=-2)+P(X=0) = 0,1+0,3 = 0,4$
- $P(X > 3) = P(X=6) = 0,1$
- $P(X \geqslant 3) = P(X=3)+P(X=6) = 0,1+0,6 = 0,7$

- $P(-2 < X \leqslant 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=3) = 0,3+0,4+0,1 = 0,8$

Exercice 29. Corrigé dans le manuel.

Exercice 39. Puisque les tableaux représentent des lois de probabilité, la somme des probabilités est égale à 1.

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + p = 1$, donc $p = \frac{1}{6}$.
2. $0,25 + p + 0,55 = 1$, donc $p = 0,2$.
3. $p + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 1$, donc $p = \frac{1}{12}$.
4. $-2p + 0,25 + p + 0,25 + p + 0,5 = 1$, donc $1 = 1$: les p disparaissent ! Donc la somme des probabilités n'a aucune influence sur la valeur de p, ce qui ne signifie pas pour autant que p peut prendre n'importe quelle valeur. En effet, il faut que chacune des probabilités soit un nombre entre 0 et 1, c'est-à-dire :

$$\begin{array}{ccc} 0 \leqslant -2p + 0,25 \leqslant 1 & \text{soit} & 0,125 \geqslant p \geqslant -0,375 \\ 0 \leqslant p + 0,25 \leqslant 1 & \text{soit} & -0,25 \leqslant p \leqslant 0,75 \\ 0 \leqslant p + 0,5 \leqslant 1 & \text{soit} & -0,5 \leqslant p \leqslant 0,5 \end{array}$$

Enfin, puisque *toutes* ces contraintes doivent être respectées, les valeurs possibles de p sont l'intersection des trois intervalles, soit : $p \in [-0,25; 0,125]$.

Exercice 43. Corrigé dans le manuel.

Exercice 45. Corrigé dans le manuel.

Exercice 64.

Méthode 1 Soit X la variable aléatoire qui au numéro obtenu au dé associe la somme gagnée. Sa loi de probabilités est la suivante (rappel : les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3, 6).

x	0	3
$P(X = x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

L'espérance de cette variable est $E(X) = 0 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{2}{3} = 2$. La joueuse gagnera donc en moyenne 2€; pour que le jeu soit équitable, il faut que la mise soit de 2€.

Méthode 2 Soit a la mise. Le gain algébrique est donc $3 - a$ si la joueuse obtient un diviseur de 6; $-a$ sinon. Soit Y la variable aléatoire qui au numéro obtenu au dé, associe le gain algébrique. Sa loi de probabilités est :

x	$-a$	$3 - a$
$P(X = x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

L'espérance de cette variable est :

$$\begin{aligned} E(X) &= -a \times \frac{1}{3} + (3 - a) \times \frac{2}{3} \\ &= -\frac{3a}{3} + 2 \\ &= -a + 2 \end{aligned}$$

Mais puisque le jeu est équitable, alors l'espérance $E(X)$ est nulle, donc $-a + 2 = 0$, et $a = 2$: la mise doit être 2€.

Exercice 67. 1. Il y a 25 cases de même aire, qui sont donc équiprobables. Donc la probabilité d'atteindre une case :

— verte est $\frac{9}{25}$;
— bleue est $\frac{7}{25}$;
— jaune est $\frac{5}{25}$;
— orange est $\frac{3}{25}$;
— rouge est $\frac{1}{25}$.

2. (a)

x	1	3	5	8	10
$P(X=x)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{25}$

(b)

$$E(X) = 1\times\frac{9}{25}+3\times\frac{7}{25}+5\times\frac{5}{25}+8\times\frac{3}{25}+10\times\frac{1}{25} = \frac{89}{25}$$

Le nombre de points moyen obtenu à ce jeu est donc $\frac{89}{25}$.

Exercice 68.

1. Rappels : L'aire d'un disque de rayon r est πr^2 ; l'aire d'une couronne de rayons intérieur r et extérieur R est $\pi(R^2 - r^2)$ (c'est l'aire du disque extérieur, auquel on soustrait le disque intérieur).
   La surface totale de la cible est $\pi \times 70^2 = 4900\pi$ (toutes les aires sont données en cm^2). La surface de :
   — la zone bleue est $\pi\left(70^2 - 50^2\right) = 2400\pi$;
   — la zone jaune est $\pi\left(50^2 - 30^2\right) = 1600\pi$;
   — la zone orange est $\pi\left(30^2 - 10^2\right) = 800\pi$;
   — la zone rouge est $\pi 10^2 = 100\pi$.

2. (a) Pour calculer les probabilités, on divise l'aire de chaque zone par l'aire totale (par exemple pour la zone bleue : $\frac{2400\pi}{4900\pi} = \frac{24}{49}$.

x	1	4	7	10
$P(X = x)$	$\frac{24}{49}$	$\frac{16}{49}$	$\frac{8}{49}$	$\frac{1}{49}$

(b) L'espérance est :

$$E(X) = 1\times\frac{24}{49}+4\times\frac{16}{49}+7\times\frac{8}{49}+10\times\frac{1}{49} = \frac{154}{49} = \frac{22}{7} \approx 3,14$$

Le nombre moyen de points gagné à ce jeu est donc $3,14$ (ce qui est à peu près égal à π, mais n'est qu'un hasard).