

**Exercice 1.** Dans un repère orthonormé, on a  $d$  la droite d'équation  $3x + 5y + 1 = 0$ , et le point  $A(6; 3)$  (on admet que  $A$  n'est pas sur la droite  $d$ ). On appelle  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $d$ . Déterminer les coordonnées de  $H$ .

**Exercice 2.** Katia veut prendre en photo un train depuis le sommet d'une colline, au moment où le train est le plus proche d'elle.

Dans un repère orthonormé approprié, le train se déplace en ligne droite selon la droite  $t$  d'équation  $2x - 3y - 3 = 0$ , et Katia est située en  $K(5; -2)$ . On cherche les coordonnées du point  $M$ , le point de la droite le plus proche de  $K$ .

1. Justifier que  $M$  est le projeté orthogonal de  $K$  sur  $t$ .
2. Déterminer les coordonnées de  $M$ .

**Exercice 3.** On donne le point  $A(3; 2)$ . L'objet de l'exercice est de déterminer le lieu géométrique des points à égale distance de  $A$  et de l'axe des abscisses (c'est-à-dire caractériser l'ensemble des points vérifiant cette condition). Soit  $M(x; y)$  un point situé à égale distance de  $A$  et de l'axe des abscisses.

1. Justifier que  $AM^2 = x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13$ .
2. On appelle  $d$  la distance de  $M$  à l'axe des abscisses. Justifier que  $d^2 = y^2$  (attention : bien prendre en compte le cas où  $M$  est situé sous l'axe des abscisses).
3. En déduire que  $y^2 = x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13$ , puis que  $y = 0, 25x^2 - 1, 5x + 3, 25$ .
4. Comment appelle-t-on la forme prise par l'ensemble des points à égale distance de  $A$  et de l'axe des abscisses ?

**Exercice 4.** Dans un repère orthonormé, on considère le cercle de centre  $I(5; 3)$  et de rayon 4, et la droite  $d_m$ , d'équation  $x = m$  (où  $m$  est un nombre réel quelconque).

L'objet de l'exercice est de déterminer le nombre de points d'intersection entre la droite et le cercle en fonction de  $m$ .

0. Avec quel axe la droite  $d_m$  est-elle parallèle ?

Soit  $M(x; y)$  un point d'intersection du cercle et de la droite.

1. Justifier que  $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$ .
2. En déduire que  $y^2 - 6y + m^2 - 10m + 18 = 0$ .

Pour chercher la valeur de  $y$ , il faut donc résoudre l'équation ci-dessus, qui est un trinôme du second degré. Appelons  $\Delta_m$  son discriminant.

3. Montrer que  $\Delta_m = -4m^2 + 40m - 36$ .
4. Montrer que le tableau de signes de  $\Delta_m$  en fonction de  $m$  est le suivant.

$m$	$-\infty$	1	9	$+\infty$		
$\Delta_m$		-	0	+	0	-

5. En déduire le nombre de points d'intersection entre le cercle et la droite en fonction de  $m$ .
6. Quelle est la position relative de la droite et du cercle dans le cas où  $m = 1$  ou  $m = 9$  ?