# 6 Suites géométriques

*Dans votre cours recopiez le titre de cette (dernière) partie, la propriété et l'exemple suivant (ne pas recopier la démonstration).*
Puisque l'on peut écrire $e^{an}$ sous la forme $(e^a)^n$, on a la propriété suivante.

**Propriété**

Pour tout nombre réel $a$, la suite $(e^{an})$ est une suite géométrique de raison $e^a$.

*Démonstration.* Soit $v$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = e^{an}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= e^{a(n+1)} \\ &= e^{an+a} \\ &= e^{an} \times e^a \\ &= v_n \times e^a \end{aligned}$$

Donc chaque terme de la suite (sauf le premier) est obtenu en multipliant le terme précédent par le même nombre $e^a$ : la suite est géométrique de raison $e^a$. □

**Exemple**

1. Quel est la raison et le premier terme des suites géométriques définies par les expressions suivantes ?
   (a) $u_n = e^{2n}$
   (b) $v_n = 2e^{-5n}$
2. Donner le terme général d'une suite géométrique de raison $e^6$ et de premier terme $-3$.

1. Dans chaque cas, on va essayer de mettre l'expression sous la forme $v_0 \times q^n$ (où $v_0$ est le premier terme, et $q$ la raison).
   (a) $e^{2n} = 1 \times \left(e^2\right)^n$, donc la raison est $e^2$, et le premier terme 1.
   (b) $2e^{-5n} = 2\left(e^{-5}\right)^n$, donc la raison est $e^{-5}$, et le premier terme 2.

   Remarque : Une autre méthode aurait été, dans chaqun des cas, de calculer le rapport $\frac{v_{n+1}}{v_n}$, qui aurait donné la raison de la suite. Mais dans ces cas simple, la méthode utilisée ici est plus simple, et demande moins de calculs.
2. Le terme général d'une telle suite est $-3\left(e^6\right)^n = -3e^{6n}$.

La vidéo suivante présente des exemples similaires.
`https://youtu.be/hKh-ry9AAO0`

**Exercice 1** (Suite géométrique)**.** Déterminer le premier terme et la raison des suites géométriques définies sur $\mathbb{N}$ par les expressions suivantes.

1. $u_n = -3e^{\frac{n}{2}}$.
2. $v_n = 4e^{2n-1}$ (commencer par montrer que $4e^{2n-1}$ peut s'écrire sous la forme $\frac{4}{e}\left(e^2\right)^n$).

Une fois que vous avez terminé cette fiche, continuez la feuille de travail individuel.