

5 Suites géométriques

Dans votre cours recopiez la propriété et l'exemple suivant (ne pas recopier la démonstration).

Puisque l'on peut écrire e^{an} sous la forme $(e^a)^n$, on a la propriété suivante.

Propriété. Pour tout nombre réel a , la suite (e^{an}) est une suite géométrique de raison e^a .

Démonstration. Soit v la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = e^{an}$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= e^{a(n+1)} \\ &= e^{an+a} \\ &= e^{an} \times e^a \\ &= v_n \times e^a\end{aligned}$$

Donc chaque terme de la suite (sauf le premier) est obtenu en multipliant le terme précédent par le même nombre e^a : la suite est géométrique de raison e^a .

□

Exemple.

1. Quel est la raison et le premier terme des suites géométriques définies par les expressions suivantes ?
 - (a) $u_n = e^{2n}$
 - (b) $v_n = 2e^{-5n}$
2. Donner le terme général d'une suite géométrique de raison e^6 et de premier terme -3 .

1. Dans chaque cas, on va essayer de mettre l'expression sous la forme $v_0 \times q^n$ (où v_0 est le premier terme, et q la raison).
 - (a) $e^{2n} = 1 \times (e^2)^n$, donc la raison est e^2 , et le premier terme 1.
 - (b) $2e^{-5n} = 2(e^{-5})^n$, donc la raison est e^{-5} , et le premier terme 2.
2. Le terme général d'une telle suite est $-3(e^6)^n = -3e^{6n}$.



La vidéo suivante présente des exemples similaires.
<https://youtu.be/hKh-ry9AA00>

Exercice 1 (Suite géométrique). Déterminer le premier terme et la raison des suites géométriques définies sur \mathbb{N} par les expressions suivantes.

1. $u_n = -3e^{\frac{n}{2}}$.
2. $v_n = 4e^{2n-1}$ (commencer par montrer que $4e^{2n-1}$ peut s'écrire sous la forme $\frac{4}{e}(e^2)^n$).

Les exercices suivants sont *difficiles*. Ne paniquez pas si vous n'y arrivez pas !

Exercice (Fonction exponentielle).

- Un des deux exercices 93 et 99 au choix (l'exercice 99 est un peu plus difficile).
- Exercice 101 (voir l'aide ci-dessous).

— Exercice 104.

Exercice 101.

- Cet exercice demande d'écrire et d'exécuter un programme en Python. Plusieurs solutions :
 - certaines de vos calculatrices permettent cela (pas la Casio Graph35+E) ;
 - vous pouvez installer **Thonny** (le même logiciel que celui utilisé au lycée) : il est libre est gratuit, et fonctionne sur la plupart des systèmes d'exploitation (GNU/Linux, Windows, MacOS...) : <https://thonny.org/> ;
 - votre manuel propose une console Python en ligne : <https://www.lelivrescolaire.fr/console-python> (compatible avec n'importe quel navigateur web).
- Voici une solution pour la question 2. Essayez de la trouver seuls avant de regarder la solution.

```
def A(n):  
    return (1+1/n)**n  
  
print(A(100))
```

Bilan

Faire l'exercice du fichier 1-10FonctionExponentielle-Bilan4.pdf (qui n'existe pas encore au moment où j'écris ces lignes). Me rendre le travail par l'ENT ou par courriel.