Tous les exercices sont ceux du chapitre 6 du manuel, à partir de la page 156.

Exercice 33. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 35. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 37.

1.

$$\begin{aligned} e^{2x} &> e^{-2} \\ 2x &> -2 \\ x &> -1 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} e^{-3x} &< e \\ e^{-3x} &< e^{1} \\ -3x &< 1 \\ x &> -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} e^{3x-5} &\geqslant e^{-3} \\ 3x-5 &\geqslant -3 \\ 3x &\geqslant 2 \\ x &\geqslant -1 \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} e^{-2x-1} &\leqslant 1 \\ e^{-2x-1} &\leqslant e^{0} \\ -2x-1 &\leqslant 0 \\ -2x &\leqslant 1 \\ x &\geqslant -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Exercice 69.

1. La fonction est une différence de deux fonctions $x \mapsto 5e^x$ d'une part, et $x \mapsto x^2$ d'autre part. Donc pour calculer la dérivée, on dérive séparément chacune des fonctions, puis une « recolle les morecaux » à la fin.
   La dérivée de la fonction carré $x \mapsto x^2$ est $x \mapsto 2x$ (cours sur les dérivées).
   La fonction $x \mapsto 5e^x$ est le produit d'une constante 5 par la fonction exponentielle. Donc sa dérivée est égale à cette même constante, multipliée par la dérivée de la fonction exponentielle, c'est-à-dire elle-même. Donc la dérivée de $x \mapsto 5e^x$ est $x \mapsto 5e^x$.

Ainsi : $f'(x) = 5e^x - 2x$

2. On sait que pour deux fonctions u et v, on a : $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$. Appliquons cela à la fonction f, avec $u(x) = x$ et $v(x) = e^x$. On a donc $u'(x) = 1$ et $v'(x) = e^x$ (car la dérivée de la fonction exponentielle est elle-même). Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \times e^x + x \times e^x \\ &= (1+x)e^x \end{aligned}$$

Exercice 70. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 71. 1.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^x \times x - 1 \times e^x}{x^2} \\ &= \frac{e^x\,(x-1)}{x^2} \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1 \times (e^x - 1) - e^x \times x}{(e^x - 1)^2} \\ &= \frac{e^x - 1 - xe^x}{(e^x - 1)^2} \\ &= \frac{(1-x)e^x - 1}{(e^x - 1)^2} \end{aligned}$$

Exercice 72. 1. Définie sur $\mathbb{R}$, car $e^x \neq 0$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1 \times e^x - x \times e^x}{(e^x)^2} \\ &= \frac{(1-x)e^x}{e^x \times e^x} \\ &= \frac{1-x}{e^x} \end{aligned}$$

2. Définie sur $\mathbb{R}$ (aucune valeur interdite).

$$f'(x) = e^x$$

3. Définie sur $\mathbb{R}^*$ (tous les nombres sauf 0, pour lequel le dénominateur $e^x - 1 = 0$).

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^x \times (e^x - 1) - (e^x + 1) \times e^x}{(e^x - 1)^2} \\ &= \frac{e^{2x} - e^x - e^{2x} - e^x}{(e^x - 1)^2} \\ &= \frac{-2e^x}{(e^x - 1)^2} \end{aligned}$$

4. Définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ (tous les nombres réels, sauf 1 pour lequel le dénominateur $t - 1$ s'annule).

$$\begin{aligned} f'(t) &= \frac{e^t \times (t - 1) - (e^t - 1) \times 1}{(t - 1)^2} \\ &= \frac{te^t - e^t - e^t + 1}{(t - 1)^2} \\ &= \frac{(t - 2)\, e^t + 1}{(t - 1)^2} \end{aligned}$$

Exercice 76.

1. Graphiquement, on lit $f(0) = -4$ (car $A(0; -4)$ est un point de la courbe, et $f(2) = 0$ (car $B(2; 0)$ est un point de la courbe).
2. D'une part, on sait que $f(0) = -4$, donc :

$$\begin{aligned} (a \times 0 + b)\, e^0 &= -4 \\ b \times 1 &= -4 \\ b &= -4 \end{aligned}$$

D'autre part, puisque $f(2) = 0$, alors :

$$\begin{aligned}(a \times 2 + b)\, e^2 &= 0\\ (2a - 4)\, e^2 &= 0\\ 2a - 4 &= 0\\ a &= 2\end{aligned}$$

Donc $f(x) = (2x - 4)\, e^x$.

Exercice 80. *Corrigé dans le manuel.*