Tous les exercices sont ceux du chapitre 6 du manuel, à partir de la page 156.

Exercice (B)**.**

1. D'après les règles de calcul, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $\exp(x) > 0$,donc $f(x) > 0$. Donc dans la division $\frac{g(x)}{f(x)}$, on ne divise jamais par 0, donc la fonction h est bien définie.
2. La fonction h est la division de deux fonctions dérivables, et son dénominateur ne s'annule pas. Elle est donc dérivable elle aussi.
   Pour calculer la dérivée, on utilise le fait que puisque f et g sont deux fonctions qui vérifient les conditions, alors $f'(x) = f(x)$ et $g'(x) = g(x)$.
   $$\begin{aligned} h'(x) &= \frac{g'(x) \times f(x) - f'(x) \times g(x)}{\left(f\left(x\right)\right)^2} \\ &= \frac{g(x) \times f(x) - f(x) \times g(x)}{\left(f(x)\right)^2} \\ &= \frac{0}{\left(f(x)\right)^2} \\ &= 0 \end{aligned}$$
3. Puisque $h'(x) = 0$ pour tout nombre x, alors la fonction h est une constante. De plus, puisque $f(0) = 1$ et $g(0) = 1$, alors :
   $$h(0) = \frac{g(0)}{h(0)} = \frac{1}{1} = 1$$
   Donc, h est constante, et $h(0) = 1$. Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $h(x) = 1$.

4. Nous avons montré que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $h(x) = 1$. Donc $\frac{g(x)}{f(x)} = 1$, et $g(x) = 1 \times f(x) = f(x)$. Les fonctions f et g sont donc égales.

Nous avons montré que si deux fonctions vérifient les mêmes conditions $f(0) = 1$ et $f'(x) = f(x)$, alors elles sont égales. Donc *toutes* les fonctions vérifiant ces conditions sont égales. Il n'y a donc *qu'une seule* fonction vérifiant ces conditions.

Exercice 7. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 8. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 23.

1.

$$\begin{aligned} &\exp(3) \times [\exp(4)]^2 \\ &= \exp(3) \times \exp(4 \times 2) \\ &= \exp(3) \times \exp(8) \\ &= \exp(3 + 8) \\ &= \exp(11) \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} &\exp(-10) \times \exp(6) \\ &= \exp(-10 + 6) \\ &= \exp(-4) \end{aligned}$$

Exercice 24.

1.

$$\begin{aligned} &[\exp(5)]^{-3} \\ &= \exp(5 \times (-3)) \\ &= \exp(-15) \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}&\frac{1}{[\exp(12)]^{-4}}\\&=\frac{1}{\exp(12\times(-4))}\\&=\frac{1}{\exp(-48)}\\&=\exp(48)\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}&\frac{\exp(2)\times[\exp(-6)]^2}{\exp(3)}\\&=\frac{\exp(2)\times\exp(-6\times 2)}{\exp(3)}\\&=\frac{\exp(2)\times\exp(-12)}{\exp(3)}\\&=\frac{\exp(2+(-12))}{\exp(3)}\\&=\frac{\exp(-10)}{\exp(3)}\\&=\exp(-10-3)\\&=\exp(-13)\end{aligned}$$

Exercice 25. À la calculatrice, on obtient :

1. 54,616
2. 7,525

Exercice 27. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 28. Pour vous montrer la méthode, j'appelle x l'inconnue dans chaque égalité.

1.

$$\begin{aligned}e^x\times e^7\times e^{-2}&=e^3\\e^{x+7+(-2)}&=e^3\\e^{x+5}&=e^3\end{aligned}$$

Donc pour que l'égalité soit correcte, il faut que $x+5=3$, donc $x=-2$.

2.

$$\begin{aligned}\left(e^3\right)^4 \times e^x &= e^3 \times e^{-1}\\ e^{3\times 4} \times e^x &= e^{3-1}\\ e^{12} \times e^x &= e^2\\ e^{12+x} &= e^2\end{aligned}$$

Donc pour que l'égalité soit correcte, il faut que $12+x=2$, donc $x=-10$.

3.

$$\begin{aligned}\frac{e^x}{e^3} &= e^{-1}\\ e^{x-3} &= e^{-1}\end{aligned}$$

Donc pour que l'égalité soit correcte, il faut que $x-3=-1$, donc $x=2$.

4.

$$\begin{aligned}\frac{e}{e^x} &= \frac{e^2}{e^5}\\ \frac{e^1}{e^x} &= \frac{e^2}{e^5}\\ e^{1-x} &= e^{2-5}\\ e^{1-x} &= e^{-3}\end{aligned}$$

Donc pour que l'égalité soit correcte, il faut que $1-x=-3$, donc $x=4$.

Exercice 29. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 42.

1.

$$\begin{aligned}&e^x\left(e^x+x\right)\\ &= e^x \times e^x + e^x \times x\\ &= e^{x+x} + xe^x\\ &= e^{2x} + xe^x\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}&(1+e^x)^2\\&=1^2+2\times 1\times e^x+(e^x)^2\\&=1+2e^x+e^{2x}\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}&(2-e^x)(2+e^x)\\&=2^2-(e^x)^2\\&=4-e^{2x}\end{aligned}$$

Exercice 45. *Rappel : La dérivée de la fonction λu (où λ est un nombre, et u une fonction) est $(\lambda u)' = \lambda u'$.*
Puisque la dérivée de la fonction exponentielle $x \mapsto e^x$ est elle-même, alors :

$$f'(x) = -2 \times e^x = -2e^x = f(x)$$

De plus :

$$f(0) = -2 \times e^0 = -2 \times 1 = -2$$

Exercice 46. La fonction $g : x \mapsto \frac{3}{2}e^x$ convient.