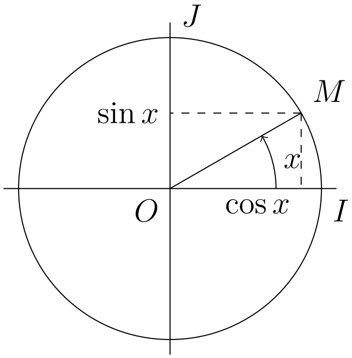
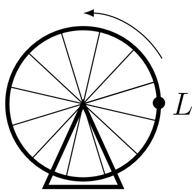
0 Rappels



1. Cas particulier *Soit M un point du cercle trigonométrique, tel que la demi droite $[OM)$ forme un angle $\frac{\pi}{4}$ avec l'axe des abscisses. Quelles sont les coordonnées de M ?* Les coordonnées de M sont respectivement le cosinus et le sinus de l'angle, donc $M\binom{\cos\frac{\pi}{4}}{\sin\frac{\pi}{4}} = \binom{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$.
2. Généralisation *Soit M un point du cercle trigonométrique, tel que la demi droite $[OM)$ forme un angle x avec l'axe des abscisses. Quelles sont les coordonnées de M ?* De même, ses coordonnées sont $M\binom{\cos x}{\sin x}$.

1 Introduction



Lou est sur une grande roue, et elle étudie son altitude en fonction du temps.

Au début de son étude (au temps $t = 0$), Lou est située à l'extrémité droite de la roue (comme sur le schéma). Son altitude est étudiée par rapport au centre de la roue (elle commence donc à l'altitude 0). Elle tourne dans le sens direct. La roue a un rayon d'une unité de longueur (arbitraire).
On note a la fonction qui au temps t associe l'altitude $a(t)$ de Lou. On admet qu'en ayant choisi un repère, et des unités de temps et de longueur appropriés, la roue correspond au cercle trigonométrique, et l'altitude de Lou est donné par la formule $a(t) = \sin t$ (où t est le temps depuis le début de son étude).

1. *Vous pouvez répondre aux questions suivantes sans rigueur, en vous représentant dans votre tête le mouvement de la grande roue.*

   (a) *Quelle est la position et l'altitude de Lou pour $t = \frac{\pi}{2}$? $t = \pi$? $t = \frac{3\pi}{2}$? $t = 2\pi$? $t = 7\pi$?* Remarquons que l'alit

   $t = \frac{\pi}{2}$ Position : Tout en haut de la roue. Altitude : $\sin \frac{\pi}{2} = 1$.

   $t = \pi$ Position : À gauche de la roue. Altitude : $\sin \pi = 0$.

   $t = \frac{3\pi}{2}$ Position : Tout en bas de la roue. Altitude : $\sin \frac{3\pi}{2} = -1$.

   $t = 2\pi$ Position : Position initiale (à droite de la roue). Altitude : $\sin 2\pi = 0$.

   $t = 7\pi$ Position : À gauche de la roue. Altitude : $\sin 7\pi = 0$.

(b) *Donnez plusieurs valeurs de t pour lesquelles Lou repasse par son point de départ.*

Par exemple : 2π, 4π, 6π, etc.

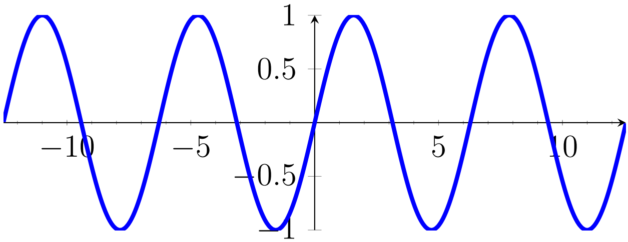
(c) *Donnez deux intervalles de temps différents sur lesquels l'altitude de Lou augmente. Deux autres sur lesquels l'altitude diminue.*

— L'altitude augmente sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$, $\left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$, etc.

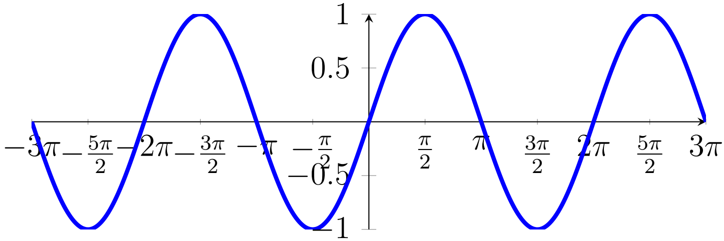
— L'altitude diminue sur $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$; $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$, $\left[\frac{9\pi}{2}; \frac{11\pi}{2}\right]$, etc.

2. *On s'intéresse à la fonction de l'altitude, d'expression* $a(t) = \sin t$.

(a) *Tracez la courbe de cette fonction sur votre calculatrice (ou sur Géogébra, ou autre), et recopiez l'allure de la courbe (sa forme, sans être très précis).*



Voici la même fonction, mais cette fois, l'axe des abscisses est gradué en fonction de π.



(b) *Dressez (une partie) de son tableau de variations (sans oublier les valeurs des extremums et leurs abscisses).*

x	$-\frac{7\pi}{2}$	$-\frac{5\pi}{2}$	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$
$\sin x$	1 ↘	-1 ↗	1 ↘	-1 ↗	1 ↘	-1 ↗	1 ↘	-1

(c) *Cette courbe a-t-elle des axes de symétrie ? Lesquels ?*

Version simple L'axe des ordonnées n'est pas un axe de symétrie ; l'origine du repère est un centre de symétrie.

Version compliquée (hors programme) Chacune des droites parallèles à l'axe des ordonnées, passant par un des extrémums, est un axe de symétrie ; chacun des points d'intersection entre la courbe est l'axe des abscisses est un centre de symétrie.

(d) *Vous remarquez qu'une partie de la courbe se répète indéfiniment. Surlignez la plus petite partie de la courbe* *qui permettrait, en la recopiant (avec des copiers-collers), de reconstituer la courbe dans son ensemble.*