

Correction de l'exercice 50 p. 50

- a. Soit le polynôme $2x^2 - 10x + 12$. Son discriminant vaut $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 2 \times 12 = 100 - 96 = 4$. Il est strictement positif, donc le polynôme a deux racines, et se factorise comme $a(x - x_1)(x - x_2)$.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\&= \frac{-(-10) - \sqrt{4}}{2 \times 2} \\&= \frac{8}{4} \\&= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\&= \frac{-(-10) + \sqrt{4}}{2 \times 2} \\&= \frac{12}{4} \\&= 3\end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $2(x - 2)(x - 3)$.

- b. Soit le polynôme $3x^2 + 7x + 2$. Son discriminant vaut $\Delta = 7^2 - 4 \times 3 \times 2 = 49 - 24 = 25$. Il est strictement positif, donc le polynôme a deux racines, et se factorise comme $a(x - x_1)(x - x_2)$.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\&= \frac{-7 - \sqrt{25}}{2 \times 3} \\&= \frac{-12}{6} \\&= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\&= \frac{-7 + \sqrt{25}}{2 \times 3} \\&= \frac{-2}{6} \\&= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $3(x + 2)\left(x + \frac{1}{3}\right)$.

- c. Soit le polynôme $4x^2 + 4x - 8$. Son discriminant vaut $\Delta = 4^2 - 4 \times 4 \times (-8) = 16 + 128 = 144$. Il est strictement positif, donc le polynôme a deux racines, et se factorise comme $a(x - x_1)(x - x_2)$.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} & x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\
 &= \frac{-4 - \sqrt{144}}{2 \times 4} & &= \frac{-4 + \sqrt{144}}{2 \times 4} \\
 &= \frac{-16}{8} & &= \frac{8}{8} \\
 &= -2 & &= 1
 \end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $4(x + 2)(x - 1)$.

- d. Soit le polynôme $3x^2 - 2x\sqrt{3} + 1$. Son discriminant vaut $\Delta = (2\sqrt{3})^2 - 4 \times 3 \times 1 = 12 - 12 = 0$. Il est nul, donc le polynôme a une racine double, et se factorise comme $a(x - x_1)^2$.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-b}{2a} \\
 &= \frac{-(-2\sqrt{3})}{2 \times 3} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}}{2 \times 3} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $3\left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$.