Correction de l'exercice 50 p. 50

a. Soit le polynôme $2x^2 - 10x + 12$. Son discriminant vaut $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 2 \times 12 = 100 - 96 = 4$. Il est strictement positif, donc le polynôme a deux racines, et se factorise comme $a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-10) - \sqrt{4}}{2 \times 2} \\ &= \frac{8}{4} \\ &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-10) + \sqrt{4}}{2 \times 2} \\ &= \frac{12}{4} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $2\,(x - 2)\,(x - 3)$.

b. Soit le polynôme $3x^2 + 7x + 2$. Son discriminant vaut $\Delta = 7^2 - 4 \times 3 \times 2 = 49 - 24 = 25$. Il est strictement positif, donc le polynôme a deux racines, et se factorise comme $a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-7 - \sqrt{25}}{2 \times 3} \\ &= \frac{-12}{6} \\ &= -2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-7 + \sqrt{25}}{2 \times 3} \\ &= \frac{-2}{6} \\ &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $3\,(x + 2)\left(x + \frac{1}{3}\right)$.

c. Soit le polynôme $4x^2 + 4x - 8$. Son discriminant vaut $\Delta = 4^2 - 4 \times 4 \times (-8) = 16 + 128 = 144$. Il est strictement positif, donc le polynôme a deux racines, et se factorise comme $a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-4 - \sqrt{144}}{2 \times 4} \\ &= \frac{-16}{8} \\ &= -2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-4 + \sqrt{144}}{2 \times 4} \\ &= \frac{8}{8} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $4\,(x + 2)\,(x - 1)$.

d. Soit le polynôme $3x^2 - 2x\sqrt{3} + 1$. Son discriminant vaut $\Delta = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 12 - 12 = 0$. Il est nul, donc le polynôme a une racine double, et se factorise comme $a\,(x - x_1)^2$.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b}{2a} \\ &= \frac{-\left(-2\sqrt{3}\right)}{2 \times 3} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{2 \times 3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Donc la forme factorisée est $3\left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$.