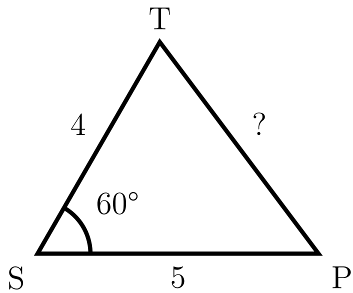
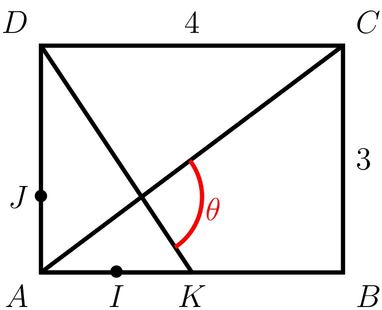
Exercice 1 (Calcul de longueur). Pour installer un câble entre une tour T et un pylône P, on aimerait connaitre la distance qui les sépare. Malheureusement, le terrain accidenté entre eux rend une mesure directe difficile.

En revanche, on a pu mesurer la distance de ces deux objets par rapport à un sapin S situé un peu plus loin, ainsi que l'angle formé par ces trois objets. Ces mesures sont schématisées dans le graphique suivant (qui n'est pas à l'échelle). Toutes les longueurs sont données en hectomètres.



Calculer une approximation de la longueur TP au mètre près.

Exercice 2 (Calcul d'angle). On considère la figure suivante, où $ABCD$ est un rectangle, K est le milieu de $[AB]$, et $AI = AJ = 1$. Toutes les longueurs sont données en centimètres.



Le but de l'exercice est de déterminer une mesure de l'angle θ.

1. (a) Calculer la longueur des segments $[AC]$ et $[DK]$.

   (b) En déduire que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DK} = 5\sqrt{13}\cos\theta$.

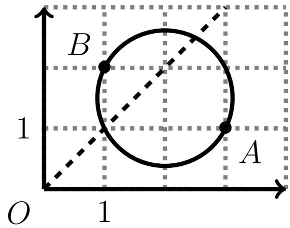
2. On se place dans le repère orthonormé (A, I, J). Donner, sans justifier, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DK}$, puis en déduire que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DK} = -1$.

3. En déduire une valeur approchée au dixième de degré de θ.

Exercice 3 (Calcul)**.** Étant donné trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$, on donne : (i) $||\overrightarrow{u}|| = 1$ (ii) $||\overrightarrow{v}|| = 3$ (iii) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2$ (iv) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{w} = -1$

1. Calculer : $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})^2$.
2. Calculer : $\overrightarrow{u}\,(\overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w})$. Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{w}$?

Exercice 4 (Lieu géométrique)**.** Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(3;1)$ et $B(1;2)$, le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$, et la droite $\mathcal{D}$, d'équation $y = x$.



L'objet de l'exercice est de déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$. Soit $M\,(x;y)$ un de ces points d'intersection.

1. Montrer que ni A, ni B n'est sur la droite $\mathcal{D}$.

Ainsi, A, B et M sont trois points distincts : l'angle $\widehat{AMB}$ est bien défini, et les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont non nuls.

2. *Étude du cercle $\mathcal{C}$.*
   (a) Justifier que l'angle $\widehat{AMB}$ est droit.
   (b) En utilisant le produit scalaire $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}$, montrer que :

$$(x-3)\,(x-1) + (y-1)\,(y-2) = 0$$

3. En utilisant cette équation et celle de la droite $\mathcal{D}$, déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et de $\mathcal{D}$.