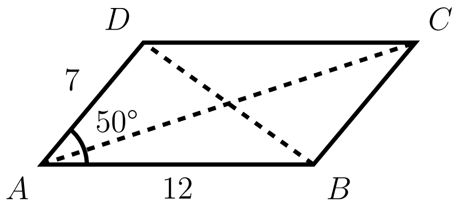
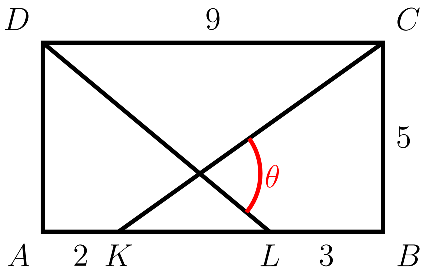
Exercice 1 (10 points)**.** On considère un parallélogramme $ABCD$, tel que $AB = 12$, $AD = 7$, et $\widehat{BAD} = 50°$ (la figure de droite n'est pas à l'échelle).



Le but de l'exercice est de déterminer la longueur des deux diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

1. *Diagonale* $[AC]$.
   (a) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 84\cos 50$.
   (b) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = \frac{AC^2}{2} - 96,5$.
   (c) En déduire la longueur AC, arrondie au dixième.
2. *Diagonale* $[BD]$. En utilisant le théorème d'Al Kashi dans le triangle approprié, calculer la longueur BD (arrondie au dixième).
3. Les deux diagonales sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 2 (6 points)**.** On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-contre, de côtés 5 et 9, ainsi que les points K et L, situés sur $[AB]$ et tels que $AK = 2$ et $BL = 3$.



Le but de l'exercice est de déterminer une mesure de l'angle formé par les deux droites (DL) et (CK) (que nous appellerons θ).
On admet qu'à l'aide du théorème de Pythagore dans deux triangles rectangles bien choisis, on peut déterminer que $DL = \sqrt{61}$ et $KC = \sqrt{74}$.

1. En remarquant que $\overrightarrow{DL}.\overrightarrow{KC} = \left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AL}\right).\left(\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BC}\right)$, montrer que $\overrightarrow{DL}.\overrightarrow{KC} = 17$.
2. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{DL}.\overrightarrow{KC}$ en fonction de $\cos\theta$.
3. En déduire une mesure de l'angle θ, en degrés, au dixième de degrés près.

Exercice 3 (4 points)**.** Dans un repère orthonormé, on considère la droite d d'équation $y = \frac{x}{3} + 2$, et le point $A\,(5; 2)$. L'objet de l'exercice est de déterminer le point de la droite d le plus proche de A.
On admet la propriété suivante : Le point de la droite d le plus proche de A est le projeté orthogonal de A sur d (c'est-à-dire l'unique point M de d tel que (AM) soit perpendiculaire à d).
On admet que le vecteur $\overrightarrow{u}\binom{3}{1}$ est un vecteur directeur de d.

1. Soit $M(x; y)$ un point du plan. Montrer que les droites (AM) et d sont perpendiculaires si et seulement si : $3x + y - 17 = 0$.
2. En déduire les coordonnées du point M de d qui est le plus proche de A.