Sujet blanc *DS n^o^ 5*	DÉRIVATION STATISTIQUES	*1^e^S*

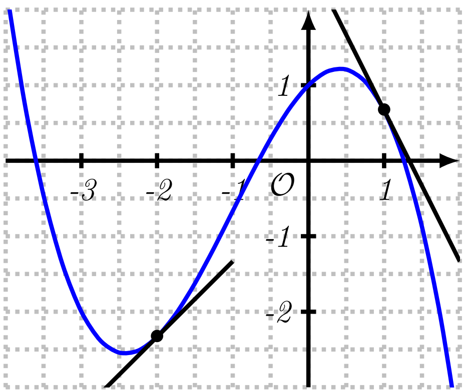
Exercice 1. *Calculer la dérivée de la fonction définie sur* $\mathbb{R}^+$ *par :*

$$f : x \mapsto \frac{x-3}{2x+1}$$

On pose $u(x) = x - 3$, et $v(x) = 2x + 1$. Alors $u'(x) = 1$, et $v'(x) = 2$, et :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'(x) \times v(x) - v'(x) \times u(x)}{v(x)^2} \\ &= \frac{1 \times (2x+1) - 2 \times (x-3)}{(2x+1)^2} \\ &= \frac{2x+1-2x+6}{(2x+1)^2} \\ &= \frac{7}{(2x+1)^2} \end{aligned}$$

Exercice 2. *On considère la fonction f, dont voici la représentation graphique.*



1. *Donner une valeur approchée des nombres suivants, par lecture graphique :*

(a) $f(-2) \approx -2,5$

(b) $f'(-2) \approx 1$ (coefficient directeur de la tangente).

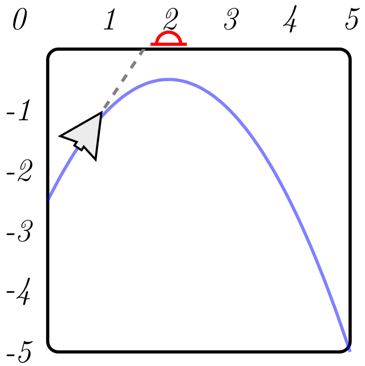
(c) $f(1) \approx 1,2$

(d) $f'(1) \approx -2$ (coefficient directeur de la tangente).

.

2. *Donner un nombre x tel que $f'(x) = 0$.* Il y a deux solutions : $x \approx -2,5$ et $x \approx 1$ (là où la tangente à la courbe est horizontale).

Exercice 3. *La figure ci-dessous représente un écran de jeu vidéo. Un avion parcourt l'écran de gauche à droite en suivant la courbe de la fonction définie sur $[0;5]$ par $f : x \mapsto -\frac{x^2}{2} + 2x - 2,5$.*
L'avion peut tirer des missiles selon la tangente à sa trajectoire (qui se trouve donc être la tangente à la courbe de f).



Un joueur tire un missile lorsque $x = 0,8$. On souhaite savoir s'il a réussi à abattre le monstre situé en haut de l'écran en $A\binom{2}{0}$.

1. *Déterminer l'expression de $f'(x)$.* La fonction f est un polynôme, donc : $f'(x) = -\frac{2x}{2} + 2 = -x + 2$.
2. *En déduire que l'équation de la tangente à la courbe de f en $0,8$ est $y = 1,2x - 2,18$.* L'équation de la tangente est $y = f'(a)(x-a) + f(a)$, avec $a = 0,8$, $f(a) = f(0,8) = -1,22$ et $f'(a) = f'(0,8) = 1,2$. Donc l'équation est :

$$y = 1,2(x - 0,8) - 1,22$$
$$y = 1,2x - 1,2 \times 0,8 - 1,22$$
$$y = 1,2x - 2,18$$

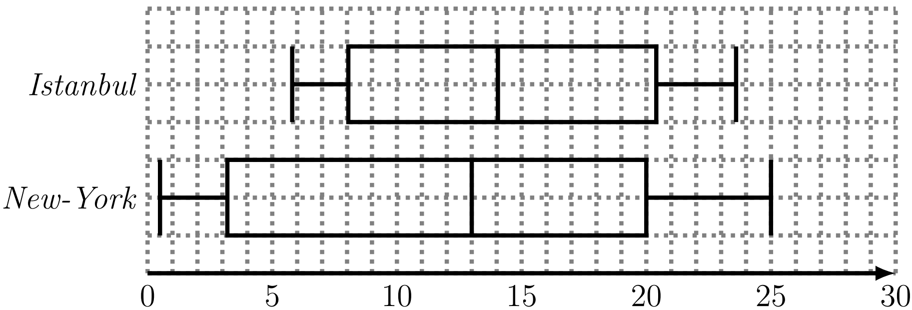
3. *Déterminer le point d'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses, et en déduire si le joueur a réussi à atteindre le monstre.* Le point d'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses a pour ordonnée $y = 0$. Il faut donc résoudre l'équation $0 = 1,2x - 2,18$, ce qui donne $x = \frac{2,18}{1,2} \approx 1,8$. Le point d'intersection a donc pour coordonnées environ $(1,8; 0)$: le monstre (en $(2; 0)$) est donc manqué.

Exercice 4. Dans cet exercice, on utilisera les valeurs minimales et maximales (plutôt que les premier et neuvième déciles) pour les extrémités du diagramme en boîte.

Les villes de New-York (États-Unis) et Istanbul (Turquie) ont quasiment la même latitude. On a relevé la température moyenne de chaque mois de l'année durant un an. Les relevés de la ville d'Istanbul, en degrés Celcius, sont donnés dans le tableau suivant.

	jan.	*fév.*	*mars*	*avril*	*mai*	*juin*
Istanbul	*5,8*	*5,9*	*7,6*	*12,1*	*16,7*	*21,0*
	jui.	*août*	*sep.*	*oct.*	*nov.*	*déc.*
Istanbul	*23,4*	*23,6*	*20,2*	*16,0*	*11,9*	*8,2*

On a tracé le diagramme en boîte des températures moyennes à New-York.



1. *Calculer la médiane, les premier et troisième quartiles, et les valeurs minimale et maximale des températures moyennes mensuelles d'Istanbul.* À la calulatrice, on trouve (en degré) : 5,8 et 23,6 pour les valeurs extrèmes, 8,05 et 20,4 pour les quartiles, et 14,05 pour la médiane.

2. *Sur le même graphique que le diagramme de la ville de New-York, tracer le diagramme en boîte des températures d'Istanbul.* Voir sur le graphique.
3. *En utilisant ces diagrammes, comparer les températures de ces deux villes.* Les températures sont légèrement plus élevées à Istanbul qu'à New-York (la médiane est plus élevée), et en comparant les écart interquartiles et l'étendue, on remarque que les températures sont plus régulières à Istanbul.

Exercice 5. *Une scierie vend des lots de 100 planches de bois de 2 m. Un lot est considéré comme régulier si :*

- *sa moyenne est comprise entre* 199 *et* 201 *centimètres ;*
- *son écart-type est inférieur à 2,5 cm.*

Lors d'un contrôle qualité, on a mesuré toutes les planches d'un lot, et on a obtenu les données suivantes.

Longueur (cm)	*192*	*195*	*197*	*198*	*199*
Effectif	*2*	*6*	*5*	*11*	*18*

Longueur (cm)	*200*	*201*	*202*	*203*	*205*
Effectif	*23*	*20*	*7*	*5*	*3*

Le lot est-il régulier ?
À la calculatrice, on trouve une moyenne de 199,63 cm et un écart-type de 2,32 cm environ. Le lot est donc régulier (la moyenne est dans l'intervalle $[199; 201]$, et l'écart-type est inférieur à 2,5cm).