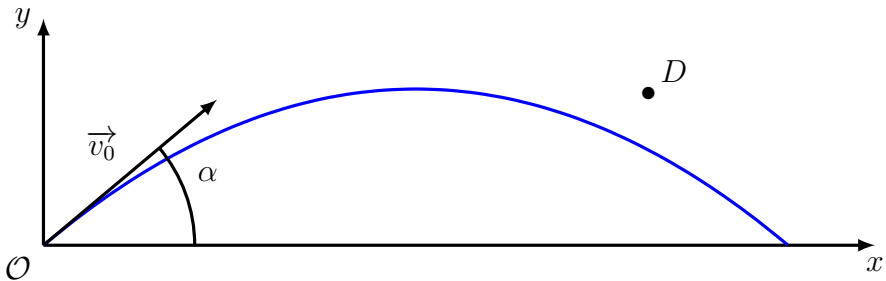


Faites, au choix, l'exercice 1 (plus long et difficile), ou les exercices 2 et 3. L'exercice 4 est obligatoire.

**Exercice 1** (Balistique). Sabrina a fabriqué un lanceur de ballon. Elle aimerait filmer sa création avec son drone, pour publier la vidéo sur internet. Le problème qu'elle se pose est : où doit-être positionné le drone pour être certaine que le ballon ne le heurte pas ?

Le problème est schématisé, en deux dimensions, ci-dessous :

- le lanceur est positionné en  $\mathcal{O}$  ;
- le ballon est propulsé au départ selon le vecteur vitesse  $\vec{v}_0$ , formant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale ;
- la parabole représente la trajectoire du ballon, de gauche à droite ;
- le drone filme depuis le point  $D$ .



En faisant certaines approximations (négligence du vent par exemple), elle a calculé (vous serez capables de le faire l'an prochain) que dans un certain repère orthonormé, le ballon suit une trajectoire donnée par la formule :

$$y = - \left( 1 + \tan^2 \alpha \right) x^2 + x \tan \alpha$$

1. Montrer que l'équation de la trajectoire est équivalente à

$$x^2 \tan^2 \alpha - x \tan \alpha + x^2 + y = 0$$

2. Cas particuliers

- (a) i. Trouver les valeurs de  $A$  qui vérifient

$$(0, 2)^2 A^2 - 0, 2A + (0, 2)^2 + 0, 1 = 0$$

- ii. En déduire les valeurs approchées de  $\alpha$  qui vérifient

$$(0, 2)^2 \tan^2 \alpha - 0, 2 \tan \alpha + (0, 2)^2 + 0, 1 = 0$$

- iii. Sans nouveau calcul, déterminer si le drone, positionné en  $B(0, 2; 0, 1)$ , peut être atteint par le ballon.

- (b) En utilisant la même méthode, déterminer si le drone, positionné en  $C(0, 25; 0, 20)$ , peut être atteint par le ballon.

3. *Cas général* Dans cette question, on cherche à déterminer la limite à ne pas franchir par le drone pour rester hors de portée du ballon.

On note  $(x_D; y_D)$  les coordonnées du drone.

- (a) En vous servant de la question 1, justifier que le ballon peut atteindre le drone si et seulement si l'équation  $x_D^2 A^2 - x_D A + x_D^2 + y_D = 0$ , d'inconnue  $A = \tan \alpha$ , a une solution.

- (b) Montrer que le discriminant de cette équation est

$$\Delta = x_D^2 (1 - 4(x_D^2 + y))$$

Si ce discriminant est strictement négatif, l'équation n'a pas de solutions, et le drone est en sécurité. Si le discriminant est strictement positif, l'équation a deux solutions, et le drone est en danger. Si le discriminant est nul, l'équation a une solution : c'est la limite à ne pas dépasser par le drone pour rester en sécurité.

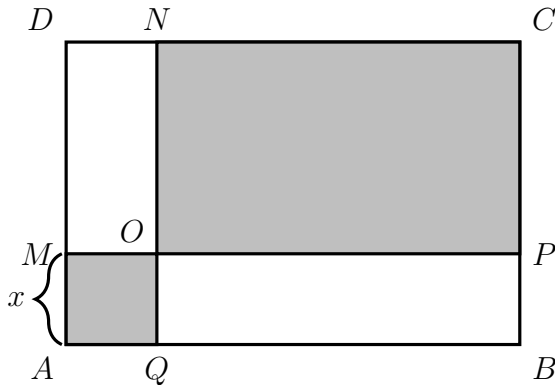
- (c) Montrer que, en ignorant le cas où  $x_D = 0$ , le discriminant  $\Delta$  est nul si et seulement si  $y_D = \frac{1}{4} - x_D^2$ . Quel est le nom de la courbe décrite par cette équation ?

4. *Application* Le drone est maintenant placé en  $(0, 1; 0, 2)$ . *Les questions qui suivent sont ouvertes : aucune indication n'est donnée.*

- (a) En faisant une figure appropriée, déterminer graphiquement si le drone peut être atteint par le ballon.

- (b) En utilisant l'équation de la parabole de sécurité (dont l'équation a été énoncée à la question 3c), déterminer si le drone peut être atteint par le ballon.

## Exercice 2.



$ABCD$  est un rectangle de côtés  $AB = 15$  cm et  $BC = 10$  cm ;  $M$  est un point du segment  $[AD]$ . On appelle  $x$  la longueur  $AM$ , en centimètres. On construit le carré  $OMAQ$  puis le rectangle  $OPCN$  comme sur la figure ci-dessus.

Quelle est la plus petite aire que peut prendre la partie grisée ? Pour quelle valeur de  $x$  cette aire est-elle atteinte ?

*Une réponse exacte est préférable, mais toute trace de recherche, ou une réponse approchée (mais justifiée) seront valorisées.*

**Exercice 3.** Déterminer l'expression d'un trinôme du second degré vérifiant les conditions suivantes :

- une de ses racines est 4 ;
- l'abscisse du sommet de sa parabole est 3.
- sa courbe coupe l'axe des ordonnées à l'ordonnée 8.

Si vous n'arrivez pas à trouver un tel trinôme, trouver l'expression d'un trinôme vérifiant *deux* des conditions ci-dessus.

**Exercice 4** (Exercice libre). Choisir un exercice sur le site web <http://pyromaths.org>, imprimer l'énoncé (ou me l'envoyer par courriel), et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.

Par exemple :

- *Classe de troisième*  $\rightarrow$  *Factorisation* : Factorisation d'expressions en utilisant les identités remarquables.
- *Classe de troisième*  $\rightarrow$  *Racines carrées* : Manipulation et simplification de racines carrées.