31/05/18
DS n^o 9 — B

Trigonométrie

1^{e}S

Exercice 1 (2 points)**.** Réduire l'expression suivante.

$$A = \cos 2x \cos 5x + \sin 5x \sin 2x$$

Exercice 2 (5 points)**.** L'objet de l'exercice est de calculer la valeur exacte des cosinus et sinus de l'angle $\frac{5\pi}{12}$

1. Montrer que $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$.
2. Décomposer $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right)$, et en déduire la valeur exacte de $\cos \frac{5\pi}{12}$.
3. Calculer $\sin \frac{5\pi}{12}$.

Exercice 3 (3 points)**.** On admet que $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.

1. Exprimer une relation entre $\cos \frac{\pi}{5}$ et $\sin^2 \frac{\pi}{10}$.
2. En admettant que $\sin \frac{\pi}{10} \geqslant 0$, calculer la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{10}$ (on ne demande pas de simplifier le résultat).

Propriété. Pour tous réels a et b, on a :

$$\begin{aligned}
\cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\
\cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \\
\sin(a+b) &= \sin a \cos b + \sin b \cos a \\
\sin(a-b) &= \sin a \cos b - \sin b \cos a \\
\sin 2a &= 2 \sin a \cos a \\
\cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\
\cos 2a &= 1 - 2\sin^2 a \\
\cos 2a &= 2\cos^2 a - 1 \\
\cos^2 a &= \frac{1+\cos 2a}{2} \\
\sin^2 a &= \frac{1-\cos 2a}{2}
\end{aligned}$$