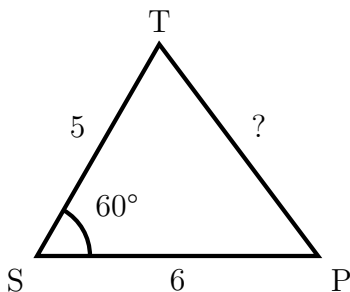


Exercice 1 (Calcul de longueur — 3 points). Pour installer un câble entre une tour T et un pylône P , on aimerait connaître la distance qui les sépare. Malheureusement, le terrain accidenté entre eux rend une mesure directe difficile.

En revanche, on a pu mesurer la distance de ces deux objets par rapport à un sapin S situé un peu plus loin, ainsi que l'angle formé par ces trois objets. Ces mesures sont schématisées dans le graphique suivant (qui n'est pas à l'échelle). Toutes les longueurs sont données en hectomètres.

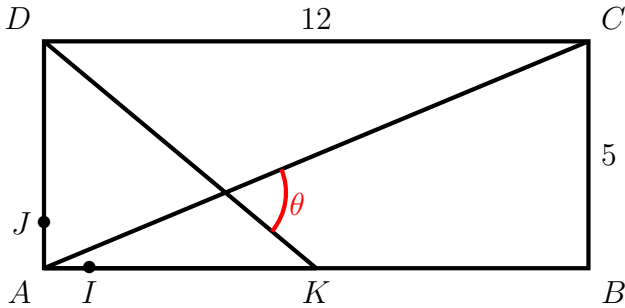


En utilisant le théorème d'Al Kashi, calculer une approximation de la longueur TP au mètre près.

Exercice 2 (Calcul — 4 points). Étant donné trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} , on donne : (i) $\|\vec{u}\| = 1$ (ii) $\|\vec{v}\| = 3$ (iii) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ (iv) $\vec{u} \cdot \vec{w} = -1$

1. Calculer : $(\vec{u} + \vec{v})^2$.
2. Calculer : $\vec{u} \cdot (\vec{v} + 2\vec{w})$. Que peut-on dire des vecteurs \vec{u} et $\vec{v} + 2\vec{w}$?

Exercice 3 (Calcul d'angle — 7 points). On considère la figure suivante, où $ABCD$ est un rectangle, K est le milieu de $[AB]$, et $AI = AJ = 1$. Toutes les longueurs sont données en centimètres.



Le but de l'exercice est de déterminer une mesure de l'angle θ .

1. (a) Calculer la longueur des segments $[AC]$ et $[DK]$.
 (b) En déduire que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DK} = 13\sqrt{61} \cos \theta$.
2. On se place dans le repère orthonormé (A, I, J) . Donner, sans justifier, les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{DK} , puis en déduire que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DK} = 47$.
3. En déduire une valeur approchée au dixième de degré de θ .

Exercice 4 (Jeu — 6 points). *Note historique : Il fut un temps, pas si lointain, où un abonnement de téléphone portable n'était illimité ni pour la durée de communication, ni pour le nombre de SMS.*

Un opérateur de téléphonie mobile souhaite réaliser une enquête auprès de ses abonnés. Pour les inciter à répondre, il propose aux participants un tirage au sort, dans lequel ils peuvent gagner 50 SMS une fois sur six, 25 SMS une fois sur trois et 10 SMS sinon.

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de SMS gagnés.

1. Donner la loi de probabilité de X , sous la forme d'un tableau.
2. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X .
3. Interpréter cette espérance dans le contexte de l'exercice.