16/10
DS n° 2

Suites arithmétiques et géométriques

1^eS4

Exercice 1 (Termes d'une suite — 4 points)**.** Pour chacune des suites u suivantes : (a) calculer u_2 ; (b) calculer le troisième terme. Arrondir les résultats au centième si nécessaire.

1. La suite u de premier terme $u_0 = 3$ et telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
2. La suite u définie pour $n \geqslant 1$ par $u_n = \frac{1}{2n}$.

Exercice 2 (Restitution organisée des connaissances — 4 points)**.** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Exercice 3 (Origami — 4 points)**.** La feuille sur laquelle se trouve ce devoir a une appaisseur d'environ 0,1 mm. On suppose que l'on peut la plier en deux autant de fois que l'on souhaite.
On appelle v la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : v_n est l'épaisseur de la feuille, en millimètres, après avoir été pliée n fois sur elle-même (et v_0 et l'épaisseur initiale).
On admet que v est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 0,1$ et de raison 2.

1. Donner le terme général de la suite v.
2. On plie trente fois la feuille sur elle-même. Quelle sera alors son épaisseur (arrondir le résultat au kilomètre près) ?

Exercice 4 (Suite arithmétique — 4 points)**.** On considère une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r identiques (mais inconnus). On sait en revanche que $u_0 + u_{100} + u_{200} = 101$.

1. Montrer que $3u_0 + 300r = 101$.
2. En déduire la valeur de u_0 et r.

Exercice 5 (Algorithme — 4 points)**.** On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ \text{Pour tout } n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 1,4u_n - n \end{cases}$$

D'autre part, on considère l'algorithme suivant.

```
n ← 0
u ← 3
Tant que u > 0
    u ← 1,4×u−n
    n ← n + 1
FinTantque
Afficher(n)
```

1. Faire fonctionner cet algorithme, en notant sur votre copie les valeurs successives prises par les variables n et u (arrondir les valeurs au centième). Quel nombre obtient-on en sortie ?
2. À quel problème répond cet algorithme ?