

Dans tout le devoir, on considère que le plan est muni d'un repère orthonormé.

Exercice 1 (Lieux géométriques — 6 points). *Les questions sont indépendantes.*

- Quel est le lieu géométrique des points $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ vérifiant l'équation suivante : $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 1 = 0$?
- (a) Déterminer l'équation du cercle de diamètre $[AB]$ (avec $A(2; 0)$ et $B(4; -3)$).
- (b) Quel est le centre et le rayon de ce cercle ?

Exercice 2 (Droite et Cercle — 7 points). On considère :

- le point $A(3; 14)$;
- la droite \mathcal{D} d'équation cartésienne $3x - 4y + 47 = 0$;
- le cercle \mathcal{C} de centre $I(2; 7)$ et de rayon 5.

De plus, on admet que la droite \mathcal{D} passe par A .

- Montrer que $(x - 2)^2 + (y - 7)^2 = 25$ est une équation cartésienne de \mathcal{C} .
- On considère le point $H(-1; 11)$.
 - Montrer que H appartient à \mathcal{D} et à \mathcal{C} .
 - Montrer que les vecteurs \overrightarrow{IH} et \overrightarrow{AH} sont orthogonaux.
- Que représente la droite \mathcal{D} pour le cercle \mathcal{C} ? Justifier.

Exercice 3 (Inéquation — 7 points). Le but de l'exercice est de résoudre l'inéquation $x^3 + 6x^2 + 49 \leq 0$.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f : x \mapsto x^3 + 6x^2 + 49$.

- Dériver f .
- Montrer que le tableau de variations de f est le suivant.

x	$-\infty$	-4	0	$+\infty$
f				

- Compléter le tableau de variations en calculant les valeurs des extrêmes.
- Calculer $f(-7)$, puis en déduire les solutions de $x^3 + 6x^2 + 49 \leq 0$.