13/04/2017
DS n° 8 — A

Dérivation Cercles

$1^{e}S$

Dans tout le devoir, on considère que le plan est muni d'un repère orthonormé.

Exercice 1 (Lieux géométriques — 6 points)**.** *Les questions sont indépendantes.*

1. Quel est le lieu géométrique des points $M\binom{x}{y}$ vérifiant l'équation suivante : $x^2+y^2-6x+2y-1=0$?
2. (a) Déterminer l'équation du cercle de diamètre $[AB]$ (avec $A(0;2)$ et $B(-3;4)$).
   (b) Quel est le centre et le rayon de ce cercle ?

Exercice 2 (Droite et Cercle — 7 points)**.** On considère :

— le point $A\,(14;3)$;
— la droite $\mathcal{D}$ d'équation cartésienne $-4x+3y+47=0$;
— le cercle $\mathcal{C}$ de centre $I\,(7;2)$ et de rayon 5.

De plus, on admet que la droite $\mathcal{D}$ passe par A.

1. Montrer que $(x-7)^2+(y-2)^2=25$ est une équation cartésienne de $\mathcal{C}$.
2. On considère le point $H\,(11;-1)$.
   (a) Montrer que H appartient à $\mathcal{D}$ et à $\mathcal{C}$.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont orthogonaux.
3. Que représente la droite $\mathcal{D}$ pour le cercle $\mathcal{C}$? Justifier.

Exercice 3 (Inéquation — 7 points)**.** Le but de l'exercice est de résoudre l'inéquation $x^3-3x^2+20\leqslant 0$.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f : x\mapsto x^3-3x^2+20$.

1. Dériver f.
2. Montrer que le tableau de variations de f est le suivant.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f		↗		↘		↗	

3. Compléter le tableau de variations en calculant les valeurs des extremums.
4. Calculer $f(-2)$, puis en déduire les solutions de $x^3-3x^2+20\leqslant 0$.