21/03/2017
DS n° 7 — A

Suites

1^{e}S

Exercice 1 (Termes d'une suite — 3 points)**.** Pour chacune des suites u suivantes : (a) calculer u_3 ; (b) calculer le troisième terme. Si nécessaire, les résultats pourront être arrondis au centième.

1. La suite u de premier terme $u_1 = 3$ et telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = u_n^2$.
2. La suite u définie pour $n \geqslant 2$ par $u_n = 2n + 5$.

Exercice 2 (Variations — 3 points)**.** Donner, en justifiant, les variations des suites suivantes.

1. u est la suite arithmétique de premier terme $u_3 = 8$ et de raison -7.
2. v est la suite définie par :

$$\begin{cases} v_1 = 7 \\ v_{n+1} = \frac{3}{2} v_n \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Exercice 3 (Restitution organisée des connaissances — 3 points)**.** Démontrer que :

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n\,(n+1)}{2}$$

Exercice 4 (Suite géométrique — 6 points)**.** Une usine d'assemblage de voitures est rachetée en 2017 par un fond d'investissement qui exige que sa production augmente de 4 % par an. La première année, l'usine fabrique 10 000 voitures.
On appelle v la suite, définie sur $\mathbb{N}^*$ par : v_n est le nombre (en milliers) de voitures fabriquées la n^{e} année après le rachat (donc v_1 est le nombre de voitures fabriquées la première année ; v_2 la deuxième année ; etc.).
On admet que v est une suite géométrique de premier terme $v_1 = 10$.

1. Justifier que la raison de la suite v est 1,04.
2. Calculer le nombre de voitures (arrondi à l'unité) produites par l'usine la onzième année.
3. Calculer le nombre de voitures (arrondi à l'unité) produites par l'usine sur l'ensemble des onze premières années.

Exercice 5 (Suite arithmétique — 5 points)**.** Une association de défense de la nature remarque qu'une usine de voitures pollue les marécages alentours. Ces marécages hébergent une espèce menacée de grenouilles, et, vu l'augmentation de la production de l'usine, l'association estime que la population de ces grenouilles diminue de 650 individus chaque année.
La population de grenouilles est estimée par l'association à 25 000 individus en 2017.
On appelle u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : « u_n est la population de grenouilles à l'année $2017 + n$ » (ainsi, u_0 est la population en 2017, u_1 en 2018, et ainsi de suite).

1. Justifier que u est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
2. Calculer u_{10} ; interpréter ce résultat en terme de grenouilles.
3. Si rien ne change, en quelle année la population de grenouilles aura-t-elle totalement disparue ?