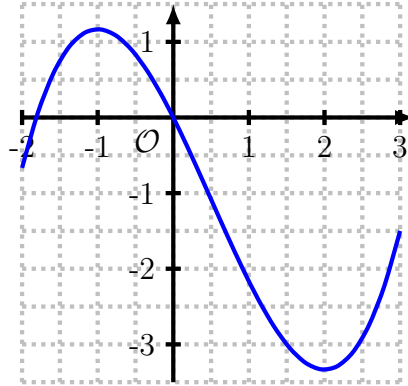


Exercice 1 (Lecture graphique — 3 points). On considère la fonction f , dont voici la représentation graphique.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Combien vaut $f'(1)$?
2. Combien vaut $f'(-1)$?
3. Donner un nombre x tel que $f'(x) = 1$.

Exercice 2 (Tracé de courbe — 5 points). On souhaite tracer la courbe représentative d'une fonction dont on connaît les informations suivantes.

$$\begin{array}{cccc}
 f(-2) = 2 & f(0) = 1 & f(1) = 3 & f(3) = -1 \\
 f'(-2) = 1 & f'(0) = 0 & f'(1) = 1 & f'(3) = -1/2
 \end{array}$$

On se place dans un repère orthonormé.

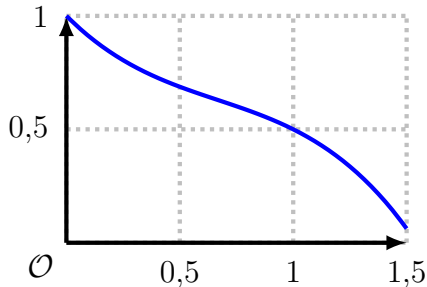
1. Placer les quatre points connus par lesquels passe la courbe ($A(-2; 2)$, $B(0; 1)$, etc.).
2. Tracer les tangentes à la courbe de la fonction passant par chacun de ces points.
3. Tracer une courbe possible de la fonction, cohérente avec les informations connues.

Exercice 3 (Tangente — 6 points). On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto \frac{x+1}{x^2+1}$.

1. Montrer que $f'(x) = \frac{-x^2-2x+1}{(x^2+1)^2}$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.
3. Existe-t-il un point de la courbe dont la tangente soit parallèle à l'axe des abscisses ?

Exercice 4 (Toboggan — 6 points). Vous êtes ingénieur dans une entreprise de fabrication d'attractions, et un parc aquatique vous commande un toboggan. La forme souhaitée est la courbe représentée ci-dessous (où x est l'abscisse, et $f(x)$ l'altitude, toutes les deux en décamètres), dont l'équation est :

$$f : x \mapsto -\frac{1}{2}x^3 + x^2 - x + 1$$



Le toboggan est considéré comme dangereux s'il n'est pas trop pentu, c'est-à-dire si à aucun endroit la pente est inférieure à -2 . Le but de l'exercice est d'étudier le toboggan pour savoir s'il est dangereux ou non.

1. Montrer que pour tout x réel, $f'(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 2x - 1$.
2. Montrer que $-\frac{3}{2}x^2 + 2x - 1 < -2$ si et seulement si

$$x \in \left] -\infty; \frac{2 - \sqrt{10}}{3} \right[\cup \left] \frac{2 + \sqrt{10}}{3}; +\infty \right[$$

3. Le toboggan est-il dangereux ?