

Exercice 1 (Restitution organisée des connaissances — 6 points). Démontrer, aux choix, l'une des propriétés suivantes.

- La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- La courbe de la fonction $x \mapsto x$ est en dessous de celle de la fonction racine carrée sur $[0; 1]$, et au dessus sur $[1; +\infty[$.
- La courbe de la fonction $x \mapsto x$ est au dessus de celle de la fonction carrée sur $[0; 1]$, et en dessous sur $[1; +\infty[$.

Exercice 2 (Colinéarité; Valeur absolue — 4 points).

1. On se place dans un repère quelconque. Pour un certain nombre réel x , on considère les deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 3x \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}$. Pour quelles valeurs de x les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ?
2. Déterminer une valeur approchée au centième de :

$$|\pi| + |-\pi|$$

3. Déterminer un nombre a tel que :

$$|a| = 0$$

Exercice 3 (Distance entre deux courbes — 10 points). On considère les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g des fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2x-1}{2x^2+2}$ et $g(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$.

1. *Position relative*

(a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

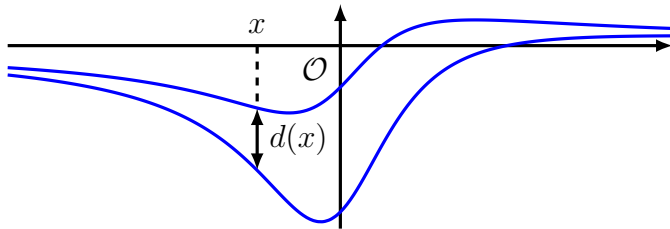
$$f(x) - g(x) = \frac{3}{2x^2 + 2}$$

(b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x) - g(x) > 0$$

(c) En déduire la position relative des courbes f et g sur \mathbb{R} .

2. Dans cette question, on se demande quelle est l'abscisse x telle que les points des courbes de f et g d'abscisses x sont les plus éloignés l'un de l'autre. La situation est illustrée ci-dessous.



Pour une abscisse x , on appelle $d(x)$ la distance verticale entre les deux courbes. On admet que

$$d(x) = f(x) - g(x) = \frac{3}{2x^2 + 2}$$

(a) Dans un même tableau de variations, déterminer les variations des fonctions $x \mapsto 2x^2 + 2$ et d .

- (b) En déduire le nombre x pour lequel les deux courbes sont les plus éloignées l'une de l'autre. Quelle est alors la distance entre les deux courbes ?