21/11/2016
DS n° 1

Trinômes du second degré — Sujet C

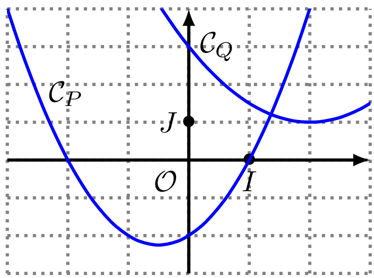
1ᵉS

Exercice 1 (7 points)**.**

1. Déterminer les racines du trinôme $f(x) = x^2 - 8x + 15$.
2. Factoriser si possible le trinôme $g(x) = x^2 - x + 2$.
3. Dresser le tableau de signes du trinôme $h(x) = x^2 - 2x + 1$.
4. Résoudre $x^2 + 1 > 2x^2 - 2x - 1$.

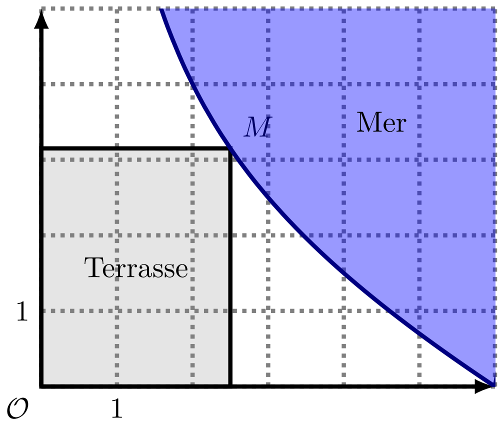
Exercice 2 (Lecture graphique — 7 points)**.**

On considère deux trinômes P et Q, dont les courbes sont représentées ci-contre. L'objet de l'exercice est de déterminer leurs équations respectives.



1. *Polynôme P*
   (a) Lire graphiquement la valeur des racines de P, et en déduire que P est de la forme $P(x) = a(x-1)(x+2)$ (où a est un nombre réel, indéterminé à cette étape).
   (b) Justifier graphiquement que $P(0) = -2$, puis en déduire l'expression complète du trinôme P.
2. *Polynôme Q*
   (a) Déterminer les coordonnées de l'extremum de Q, puis justifier que Q est de la forme $Q(x) = a\,(x-1)^2 + 3$.
   (b) Choisir un autre point de la courbe de Q, puis en déduire l'expression complète du trinôme Q.

Exercice 3 (6 points)**.** Un restaurateur souhaite aménager une terrasse rectangulaire en bord de mer, ayant l'aire la plus grande possible. En modélisant la situation dans le repère ci-dessous (où une unité représente dix mètres), il possède le terrain blanc (délimité par les axes du repère et la mer), et va construire sa terrasse sur ce terrain.
Le bord de mer peut être modélisé par la courbe de la fonction définie sur $[0; 6]$ par $f(x) = \frac{-x^2+4x+12}{2x}$.



Soit M un point de la courbe de f d'abscisse x (pour $x \in]0; 6]$). On appelle $A(x)$ l'aire de la terrasse (en gris sur le graphique) en fonction de x.

1. Préciser les coordonnées de M, puis en déduire que $A(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + 6$.
2. Dresser le tableau de variations de A sur l'intervalle $]0; 6]$.
3. En déduire les dimensions de la terrasse pour qu'elle ait la plus grande aire possible. Combien vaut alors cette aire ?