

Exercice 1 (Calcul de fonction dérivées).

Répondre à deux des trois questions suivantes (1, 2 et 3), classées par ordre de difficulté croissante. La méthode à appliquer est celle utilisée dans le cours, pour démontrer que la dérivée de la fonction carrée est la fonction $x \mapsto 2x$.

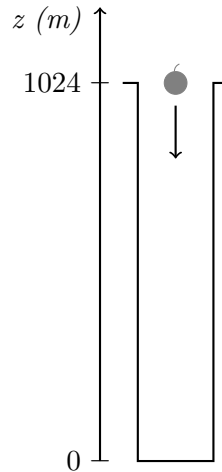
1. On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 - 3x + 1$, définie sur \mathbb{R} , et a un réel.
 - (a) Montrer que pour un réel h non nul, le taux d'accroissement en a est égal à $2a + h - 3$.
 - (b) En déduire la valeur de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (en fonction de a), et donc la valeur de $f'(a)$.
 - (c) *Application* : Calculer $f'(2)$, et tracer dans un repère ortho-normé la courbe de f (sur l'intervalle $[0; 4]$), ainsi que sa tangente en 2.
2. On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$, définie sur \mathbb{R}^* , et a un réel non nul.
 - (a) Montrer que pour un réel h non nul (et tel que $a + h \neq 0$), le taux d'accroissement en a est égal à $-\frac{1}{a(a+h)}$.
 - (b) Même énoncé que la question 1b.
 - (c) Même énoncé que la question 1c.
3. On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$, définie sur \mathbb{R}^+ , et a un réel strictement positif.
 - (a) Montrer que pour un réel h non nul (et tel que $a + h \geq 0$), le taux d'accroissement en a est égal à $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+h}}$.
 - (b) Même énoncé que la question 1b.
 - (c) Même énoncé que la question 1c.

Exercice 2 (Application à la physique).

Remarque : Si cette méthode fonctionne en théorie pour déterminer la valeur de g , elle est très peu précise, et il a toujours existé d'autres manières plus précises pour déterminer g .

Isaac voudrait déterminer la valeur de g , intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1 024 m, et chronomètre son temps de chute.

L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est



Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme $z : t \mapsto at^2 + bt + c$, où t est le temps de chute. Par exemple, $z(0)$ est l'altitude initiale, et $z(3)$ est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de a , b et c , pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur g .

- (1) Combien vaut l'altitude initiale $z(0)$? En déduire que $c = 1024$.
- (2) La vitesse v de la chute est égale à la dérivée de la fonction z . Par exemple, $v(2) = z'(2)$ est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.
 - (a) Dériver z , et en déduire l'expression de v en fonction de a et b .
 - (b) Quelle est la vitesse initiale ? En déduire que $b = 0$.
 - (c) Exprimer z et v en fonction de a et t .
- (3) Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5 s. Traduire cette information par une équation, et montrer que $a = -4,87$.
- (4) Calculer la dérivée de v ; c'est une constante égale à $-g$. Conclure en déterminant la valeur de g . *Bonus (optionnel) : Quelle est l'unité de g ?*

Exercice 3 (Exercice libre). Choisir un exercice sur le site web <http://pyromaths.org>, imprimer l'énoncé (ou me l'envoyer par courriel), et résoudre cet exercice. Rendre l'énoncé avec la copie.