

27/05/16

PRODUIT SCALAIRE

1^eS6

DS n° 8 — B

DÉRIVATION

Exercice 1 (Géométrie — 8 points). Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère :

— la droite \mathcal{D} passant par $A(15; 4)$ et de vecteur normal $\vec{u}(4; -3)$;

— le cercle \mathcal{C} de centre $I(8; 3)$ et de rayon 5.

1. Montrer qu'une équation cartésienne de \mathcal{D} est $-4x + 3y + 48 = 0$.

2. Montrer qu'une équation cartésienne de \mathcal{C} est $(x - 8)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

3. On considère le point $H(12; 0)$.

(a) Montrer que H appartient à \mathcal{D} et à \mathcal{C} .

(b) Montrer que les vecteurs \vec{IH} et \vec{AH} sont orthogonaux.

4. Quelle est la position relative de \mathcal{D} et \mathcal{C} ? Justifier.

Exercice 2 (Trigonométrie — 5 points).

1. Réduire au même dénominateur $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$.

2. Développer $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$.

3. En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{7\pi}{12}$.

Exercice 3 (Inéquation — 7 points). Le but de l'exercice est de résoudre l'inéquation $x^3 - 3x^2 + 20 > 0$.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 20$.

1. Dériver f .

2. Montrer que les solutions de $f'(x) \leq 0$ sont $x \in [0; 2]$.

3. En déduire les variations de f .
4. Calculer $f(-1)$ et $f(2)$, puis en déduire les solutions de $x^3 - 3x^2 + 20 > 0$.