

Exercice 1 (Jeu — 8 points). *Note historique : Il fut un temps, pas si lointain, où un abonnement de téléphone portable n'était illimité ni pour la durée de communication, ni pour le nombre de SMS.*

Un opérateur de téléphonie mobile souhaite réaliser une enquête auprès de ses abonnés. Pour les inciter à répondre, il propose aux participants un tirage au sort, dans lequel ils peuvent gagner 60 minutes de communication une fois sur six, 40 minutes une fois sur trois et 20 minutes sinon.

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de minutes gagnées.

- (a) Calculer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire X .
(b) Que représente cette espérance ?
- Pour motiver plus particulièrement les adolescents, l'opérateur remplace dans le tirage au sort chaque minute de communication par 10 SMS. On appelle Y la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de SMS gagnés.
 - Exprimer la variable aléatoire Y en fonction de X .
 - En déduire l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire Y .

Exercice 2 (Angles orientés — 2 points).

- Calculer une mesure en radians d'un angle de 96° .
- Donner la mesure principale de $-\frac{16\pi}{7}$.

Exercice 3 (Équations trigonométriques — 8 points). *Les trois questions sont indépendantes.*

1. On donne $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.
 - (a) Montrer que $\cos \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.
 - (b) Résoudre $\cos x = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.
2.
 - (a) Montrer que les solutions de $\sin x = \sin 2x$ sont $x = -2k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}k\pi$ (pour $k \in \mathbb{Z}$).
 - (b) En déduire les solutions de cette même équation comprises dans l'intervalle $[0; \pi]$.
3. Résoudre $\sin x + 2 \cos(-2x) = 4$.