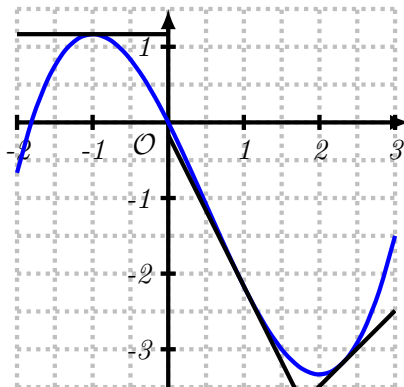


Exercice 1 (Dérivation — 3 points). On considère la fonction f , dont voici la représentation graphique.

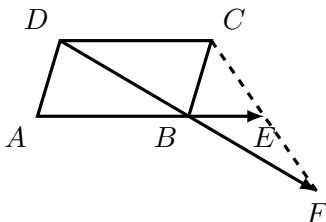


Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

Les trois tangentes ont été tracées sur la figure.

1. Combien vaut $f'(1)$? $f'(1) = -2$
2. Combien vaut $f'(-1)$? $f'(-2) = 0$
3. Donner un nombre x tel que $f'(x) = 1$. $f'(2,3) = f'(-1,3) = 1$

Exercice 2 (Vecteurs — 8 points). Soit $ABCD$ un parallélogramme. On place les points E tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2}$, et F tel que $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{AD}$.



1. *Faire une figure.*
2. *Montrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2} - \overrightarrow{AD}$.* Comme dans la question suivante, on utilise la relation de Chasles, la relation du parallélogramme ($\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, et la définition du point E).

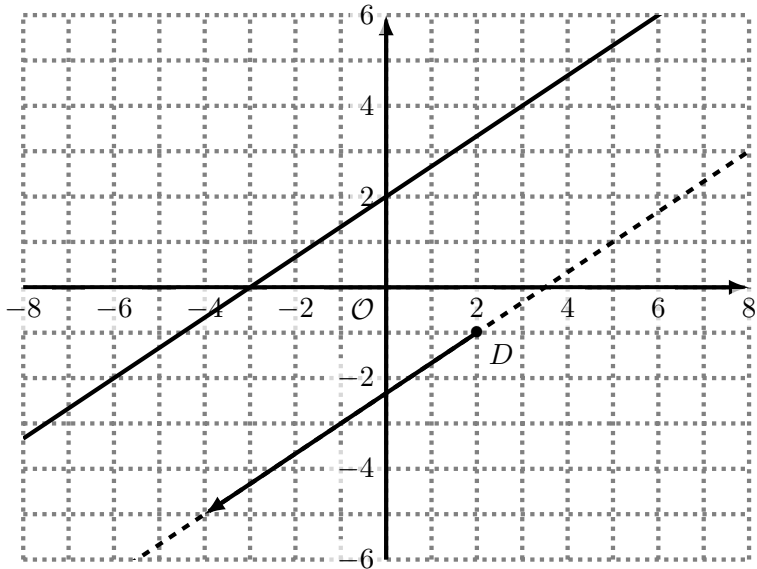
$$\begin{aligned}\overrightarrow{CE} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} \\ &= \overrightarrow{DA} + \frac{\overrightarrow{AB}}{2} \\ &= -\overrightarrow{AD} + \frac{\overrightarrow{AB}}{2}\end{aligned}$$

3. *Exprimer \overrightarrow{CF} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .*

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} \\ &= -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}\end{aligned}$$

4. *Que peut-on dire des points E , C et F ?* On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$. D'après les questions précédentes, dans ce repère, on a $\overrightarrow{CE}(\frac{1}{2}, -1)$ et $\overrightarrow{CF}(-1, 2)$. Vérifions la relation de colinéarité : $\frac{1}{2} \times 2 - (-1) \times (-1) = 1 - 1 = 0$. Donc les vecteurs \overrightarrow{CE} et \overrightarrow{CF} sont colinéaires, et les points C , E , F sont alignés.

Exercice 3 (Droites — 9 points). *Le plan est rapporté au repère orthonormé ci-dessous.*



1. Tracer la droite d d'équation $y = \frac{2}{3}x + 2$.

Préciser son coefficient directeur et donner un de ses vecteurs directeurs. Son coefficient directeur est $\frac{2}{3}$. Un de ses vecteurs directeurs est donc le vecteur de coordonnées $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$.

2. Vérifier que les points $A(3; 4)$ et $B(-3; 0)$ sont des points de d . Ces points sont sur la droite si leurs coordonnées vérifient l'équation de la droite.

Premièrement, $\frac{2}{3} \times 3 + 2 = 2 + 2 = 4$, donc $A(3; 4)$ appartient à la droite. De même, $\frac{2}{3} \times (-3) + 2 = -2 + 2 = 0$, donc $B(-3; 0)$ appartient aussi à la droite.

3. Construire la droite Δ passant par le point $D(2; -1)$ et de vecteur directeur $\vec{v}(-6, -4)$. Déterminer une équation cartésienne de Δ .

Soit $M(x; y)$ un point du plan. Ce point appartient à la droite Δ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{DM}(\begin{smallmatrix} x-2 \\ y+1 \end{smallmatrix})$ et \vec{v} sont

colinéaires, c'est-à-dire si :

$$\begin{aligned}(x - 2) \times (-4) - (y + 1) \times (-6) &= 0 \\ -4x + 8 + 6y + 6 &= 0 \\ -4x + 6y + 14 &= 0\end{aligned}$$

L'équation $-4x + 6y + 14 = 0$ est donc une équation cartésienne de la droite.

4. *Démontrer que les droites d et Δ sont parallèles.* Les deux droites ont pour vecteurs directeurs respectifs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$.
Vérifions la condition de colinéarité : $1 \times (-4) - (-6) \times \frac{2}{3} = -4 + 4 = 0$. Donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires. Les droites d et Δ ont donc leurs vecteurs directeurs colinéaires : elles sont parallèles.