

Exercice 1 (Géométrie — 6 points). Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère : le cercle \mathcal{C} de centre $I(7; 2)$ et de rayon 5.

1. Montrer qu'une équation cartésienne de \mathcal{C} est $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 25$.
2. On considère le point $H(11; -1)$, et on souhaite déterminer l'équation de la droite \mathcal{D} tangente à \mathcal{C} passant par H .
 - (a) Montrer que H appartient à \mathcal{C} .
 - (b) Expliquer pourquoi \overrightarrow{IH} est un vecteur normal à la droite \mathcal{D} .
 - (c) Déterminer alors l'équation de \mathcal{D} .

Exercice 2 (Trigonométrie — 5 points). On admet que $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

1. Donner la formule permettant de calculer $\cos a + b$.
2. Appliquer la formule précédente pour développer $\cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8}\right)$.
3. En déduire une valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{8}$.

Exercice 3 (Application directe — 4 points).

1. On donne $\binom{19}{9}$. En déduire $\binom{19}{10}$. En déduire $\binom{20}{10}$.
2. Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,2$. Calculer l'écart-type de X .

Exercice 4 (Loi binomiale — 6 points). *Les probabilités seront données sous forme de pourcentages arrondis à l'unité.*

Une entreprise conditionne des sachets de six pommes qui seront vendus en supermarché. Une pomme sur vingt a un défaut (pourriture, taille non conforme, etc.). Un sachet est considéré comme invendable si au moins deux de ses six pommes ont un défaut.

On prend un sachet de pommes au hasard, et on appelle X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de pommes ayant un défaut dans ce sachet.

1. Justifier que X suit une loi binomiale, dont on précisera les paramètres.
2. Calculer $P(X = 1)$.
3. Sachant que l'on admet que $P(X = 0) = 74\%$, calculer $P(X \geq 2)$. En déduire la probabilité qu'un sachet de pommes soit invendable.