

**Exercice 1** (Application directe — 3,5 points).

1. En utilisant le triangle de Pascal, calculer  $\binom{5}{3}$ .
2. Soit  $X$  une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres  $n = 100$  et  $p = 0,8$ . Calculer l'espérance de  $X$ .

**Exercice 2** (Loi binomiale — 5,5 points). Une kermesse propose le jeu suivant. Une urne contient 17 boules noires et 3 boules rouges. Le joueur tire dix boules avec remise, et la partie est gagnée s'il a obtenu au moins deux boules rouges. On s'intéresse à la probabilité de gagner.

On appelle  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre de boules rouges tirées parmi les dix boules.

1. Justifier que  $X$  suit une loi binomiale, dont on précisera les paramètres.
2. Calculer  $P(X = 1)$ .

On admet que  $P(X = 0) = 19,7\%$ .

3. Calculer  $P(X \geq 2)$ . En déduire la probabilité de gagner une partie.

**Exercice 3** (Géométrie — 8 points). Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère :

- la droite  $\mathcal{D}$  passant par  $A(15; 4)$  et de vecteur normal  $\vec{u}(4; -3)$  ;
- le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $I(8; 3)$  et de rayon 5.

1. Montrer qu'une équation cartésienne de  $\mathcal{D}$  est  $-4x + 3y + 48 = 0$ .
2. Montrer qu'une équation cartésienne de  $\mathcal{C}$  est  $(x - 8)^2 + (y - 3)^2 = 25$ .
3. On considère le point  $H(12; 0)$ .
  - (a) Montrer que  $H$  appartient à  $\mathcal{D}$  et à  $\mathcal{C}$ .
  - (b) Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{IH}$  et  $\overrightarrow{AH}$  sont orthogonaux.
4. Quelle est la position relative de  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{C}$ ? Justifier.

**Exercice 4** (Trigonométrie — 4 points).

1. Donner la formule permettant de calculer  $\cos a - b$ .
2. Exprimer  $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$  sous la forme d'une fraction irréductible.
3. En déduire une valeur exacte de  $\cos \frac{5\pi}{12}$ .