29/05/2015
DS n° 9

Loi binomiale
Produit scalaire
Sujet A

1^{e}S3

Exercice 1 (Application directe — 3,5 points)**.**

1. En utilisant le triangle de Pascal, calculer $\binom{5}{2}$.
2. Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,2$. Calculer l'espérance de X.

Exercice 2 (Loi binomiale — 5,5 points)**.** Une kermesse propose le jeu suivant. Une urne contient 16 boules noires et 4 boules rouges. Le joueur tire six boules avec remise, et la partie est gagnée s'il a obtenu au moins deux boules rouges. On s'intéresse à la probabilité de gagner.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de boules rouges tirées parmi les six boules.

1. Justifier que X suit une loi binomiale, dont on précisera les paramètres.
2. Calculer $P(X = 1)$.

On admet que $P(X = 0) = 26,2$ %.

3. Calculer $P(X \geqslant 2)$. En déduire la probabilité de gagner une partie.

Exercice 3 (Géométrie — 8 points)**.** Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère :

— la droite $\mathcal{D}$ passant par $A(14;3)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{u}(4;-3)$;

— le cercle $\mathcal{C}$ de centre $I(7;2)$ et de rayon 5.

1. Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est $-4x + 3y + 47 = 0$.
2. Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{C}$ est $(x-7)^2+(y-2)^2 = 25$.
3. On considère le point $H(11;-1)$.
   (a) Montrer que H appartient à $\mathcal{D}$ et à $\mathcal{C}$.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont orthogonaux.
4. Quelle est la position relative de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{C}$? Justifier.

Exercice 4 (Trigonométrie — 4 points)**.**

1. Donner la formule permettant de calculer $\cos a + b$.
2. Exprimer $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
3. En déduire une valeur exacte de $\cos \frac{11\pi}{12}$.