

Exercice 1 (Termes d'une suite — 4 points). Soient :

- u la suite de premier terme $u_2 = 3$ et $u_{n+1} = 3u_n + 1$;
- v la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{1}{n+1}$.

1. Calculer u_4 .
2. Quelle est la valeur du troisième terme de la suite u ?
3. Calculer le terme de v de rang 4.
4. Donner les quatre premiers termes d'une suite ni croissante ni décroissante.

Exercice 2 (Variations — 5 points). Soit u la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = 18 \\ u_{n+1} = \frac{7u_n}{n+1} \end{cases}$$

On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.

1. Montrer que $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ si et seulement si $n \geq 6$.
2. En déduire que u est décroissante à partir d'un certain rang que l'on précisera.

Exercice 3 (Suite et Dérivées — 11 points). L'objet de l'exercice est d'étudier les variations de la suite u définie sur \mathbb{N} par $u_n = \frac{n^2+3}{4(n+1)}$.

On considère f , la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $f : x \mapsto \frac{x^2+3}{4(x+1)}$.

1. *Étude de f*
 - (a) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{4(x+1)^2}$.
 - (b) Montrer que $f'(x) \geq 0$ si et seulement si $x \geq 1$.
 - (c) En déduire les variations de f .
2. En déduire les variations de u sur \mathbb{N} .
3. *Extremums*
 - (a) La fonction f a-t-elle des extremums ? Si oui, lesquels ?
 - (b) Quelle est la plus petite valeur atteinte par u ?